1. משתנה וביטוי אלגברי

רקע

הפרק "משתנה משתנה וביטוי אלגברי" פותח את השנה ואת לימוד האלגברה.

בפרק אנו עוסקים תחילה בחוקיות. מהי חוקיות?

המושג *חוקיות*, REGULARITY באנגלית, הוא מושג בסיסי להבנת תופעות טבע, רוב התופעות במדע וכן התנהגות של בני אדם.

חוקיות מתבטאת בתופעה החוזרת על עצמה לפי דגם **קבוע**. **קביעות** בצורה כלשהי מאפיינת חוקיות.

תכונה משותפת לאיברי קבוצה, קשר קבוע בין איברים סמוכים בסדרה, רצפים – כל אלה הם דוגמאות לתופעות שקיימת בהן חוקיות.

מושגים קשורים לחוקיות הם *עקביות, הכללה* ו*קשרים קבועים*.

חוקיות חלה על כל התופעות הטבעיות, החל בעונות השנה וכלה במבנה החי והדומם.

החוקים המתמטיים, הסכמי כתיבה, אלגוריתמים ושיטות חישוב הם דוגמאות של נושאים במתמטיקה שחלה עליהם *חוקיות*. מבנה המספר, פעולות, גאומטריה ועוד, מבוססים על *עקביות*, כלומר על דגם החוזר על עצמו.

<u>דוגמאות</u>:

- עשר שווה עשר יחידות, מאה שווה עשר עשרות...;
- הוספת 1 לקבלת מספר עוקב;
- נוסחת סכום הזוויות במצולע.

כאשר עוזרים לתלמידים לגלות, לזהות ולייצר חוקיות ולהשתמש בה, מאפשרים להם להבין את סביבתם ואת העולם שכולנו חיים בו.

באמצעות העיסוק בנושא החוקיות, הפרק עוסק גם בהצגת כללים בעזרת משתנים. חלק זה מקדם גם לימוד של הכללה באמצעות משתנים וגם מהווה חזרה על נושאים שנלמדו בבית הספר היסודי. אלה מהווים בסיס חשוב ללימוד בהמשך. מומלץ להקדיש לפרק כ- 7 שעות.

מבנה הפרק

מדור א. קשרים בקבוצות: שיעור כפול

מדור ב. המשתנה: שלושה שיעורים

ב.1 הגדרת המשתנה

ב.2 מציאת קשר בין איבר לבין מקומו בסדרה נתונה

ב.3 מציאת איברים של סדרה על-ידי הקשר בין איברים סמוכים

ב.4 מציאת איברים של סדרה על-ידי קשר בין איבר לבין מקומו

מדור ג. ביטויים אלגברים: שני שיעורים

ג.1 הגדרה

ג.2 הצבת מספרים בביטויים אלגבריים

ג.3 ביטויים שווים

מיומנויות: מציאת חוקיות

- בסדרה של מספרים
- בסדרה של ציורים

מוכנים להמשיך

תרגילים נוספים

ממשיכים בתרגול

מה למדנו?

היסטוריה: Al Khwarizmi

שלושת המדורים של הפרק הם השלבים להקניית המושג "משתנה".

במדור הראשון מוצגת חוקיות, ומובאות דוגמאות של חוקיות.

במדור השני נחשפים למושג "משתנה" ומתחילים להשתמש בו במסגרת של סדרות. במדור זה התלמידים מתייחסים לסדרה בהיבטים שונים: קשר בין איברים סמוכים, קשר בין איבר לבין מקומו בסדרה. מובן שאין מדובר בהכללה ובחקירה של סדרה כמו בכיתות י"א וי"ב, אלא בתרגול ראשוני שמטרתו לפתח מיומנויות הסתכלות וחישוב.

למשל, **מה נתון**: סדרה? קשר בין איברים סמוכים? קשר בין איבר לבין מקומו בסדרה?

מה צריך למצוא: קשר בין איברים סמוכים? קשר בין איבר לבין מקומו בסדרה?

המדור השלישי מהווה חשיפה ראשונה לשני מושגים המרכזיים הנלמדים השנה: **ביטוי אלגברי** ו**הצבה**.

בהמשך, בעיקר בפרקים 4 ו- 5, התלמידים ישתמשו במושגים האלה לפתור משוואות ושאלות מילוליות.

מדוע הוחלט להתחיל בפרק זה?

נימוקים מתמטיים

- בכיתה ז' התלמידים רוכשים מושגים חדשים, כגון: *משתנה*, *שימוש במשתנה*, *ביטויים אלגבריים*, *משוואות*, *פונקציות* ו*הסכמי כתיבה*. הנוכחות של החוקיות בכל הנושאים הללו מהווה גורם מאחד, לכן אנו מתחילים בהבנת מושג זה, ונשתמש בו בהמשך. חלק מהתכנים ידועים כ"חוקים". אפשר לומר שחוק הוא "חוקיות מבוססת".

- גורם משותף לכל אחד מהיבטי האלגברה המתוארים במבוא הוא יכולתם להוביל להכללות.
הכללה מבוססת על מציאת גורם קבוע בתופעה, כלומר על מציאת חוקיות.

- דרך נוחה לבטא הכללות היא השימוש במשתנה. הוראת המושג "חוקיות", ובעיקר הצגה ראשונה של סדרות, מובילה למושג "משתנה" ומכאן לביטוים אלגבריים.

להלן כמה יישומים של חוקיות בפרקים שבספר.

- הסכמים של סדר הפעולות

- הצגת פתרון כללי של משוואות לפי המבנה שלהן $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$; $\boldsymbol{ax}=\boldsymbol{b}$; $\boldsymbol{ax}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{cx}+\boldsymbol{d}$

- נוסחאות בגאומטריה

- הגדרת פונקציות על-ידי קשר קבוע בין שני משתנים. (בהמלצת תכנית הלימודים החדשה)

נימוקים דידקטיים

- אחד המכשולים העיקריים בלמידת האלגברה הוא התפקיד והמעמד השונים של הסימן שווה (=) באריתמטיקה (חשבון) ובאלגברה.
מבחינת רוב התלמידים בבית-הספר היסודי, הסימן "=" מציין באריתמטיקה "תוצאה של פעולה" על-ידי מהלך דינמי. לדוגמה, בתרגיל $5+3=8$, מוסיפים 3 ל- 5 ומקבלים 8.
זהו ההיבט הפרוצדוראלי של הסימן "=".
באלגברה הסימן "=" מראה קשר של שוויון בין שני ביטויים. לדוגמה: $3\boldsymbol{x}+5=2\boldsymbol{x}+\boldsymbol{x}+5$.
המצב הוא סטטי. כל ביטוי הוא "אובייקט" מתמטי בפני עצמו .
התלמידים אינם מבינים "מה לעשות" מול סוג זה של אובייקט מתמטי.
אפשר לבצע פעולות על כל אחד מהביטויים' כאילו הם מספרים, ותכונות השוויון מאפשרות להחליף ביטוי בביטוי השווה לו.
לדוגמה, $(3\boldsymbol{x}+5)-(3\boldsymbol{x}+5)=0$ (כי לכול $\mathbf{A}$ מתקיים $\mathbf{A}-\mathbf{A}=0$).
בשוויון זה אפשר להחליף את הביטוי $3\boldsymbol{x}+5$ בביטוי $2\boldsymbol{x}+\boldsymbol{x}+5$.
הצבת מספר במקום המשתנה היא פעולה הדומה לשוויון. הצגתה "שוברת" את הרגלי התלמידים ומתחילה

את התהליך של הבנת תפקיד השוויון באלגברה.
בפרק "ביטויים אלגבריים ושוויונות" ימשיכו התלמידים את התהליך.

- חיפוש של חוקיות וריבוי אפשרויות של פתרון מאפשרים לתלמידים להפעיל היגיון, ובכך האלגברה לא נראית כאוסף של אלגוריתמים.
- הצורך בבדיקה של השערות נותן לתלמידים הרגלים נחוצים לפתרון משוואות ושאלות מילוליות.

נימוקים פדגוגיים

- המשימה הראשונה בהוראת האלגברה היא להוביל את התלמידים להבנת תפקיד האות.
  האות באלגברה יכולה להיות
  1. משתנה – כמו בסדרות;
  2. נעלם – כמו במשוואות;
  3. פרמטר – כמו במשוואות ובפונקציות. (בשלב זה של הלימוד לא עוסקים עדיין בפרמטרים.)

בכל ההיבטים האלה האות באה להחליף מספר, והיא כלי להכללה. (כמובן, בכיתה ז' איננו מלמדים בצורה פורמלית את התפקידים השונים של האות.)

כל מושג הנלמד בפרק מוצג תחילה **דרך השימושים בו** בשפה של התלמידים. לכן בפעם הראשונה מוצג השימוש באות במקום מספר כאיבר בסדרה מספרית. הדבר מוביל לבניית ביטויים אלגבריים ואחר-כך למושג "משוואה".

הצורך באות מובן כשמתארים קשרים שונים.

בעבר הוקדש זמן רב לחזרות על מספרים, על פעולות אריתמטיות ועל לימוד מספרים מכוונים. חלק מהתלמידים איבדו עניין ("שוב שברים!"). ברוב המקרים להוראת נושאים אלה הוקדשו כמעט שליש מהשעות. התלמידים ראו את האלגברה רק דרך פתרון משוואות ואלגוריתמים. תחילת הלימוד באלגברה מגבירה את המוטיבציה ומצמצמת את הזמן (כנדרש בתכנית הלימודים החדשה) המוקדש למספרים, לפעולות אריתמטיות ולמספרים מכוונים. הכנסת האותיות גורמת להסתכל על הנושאים שנלמדו בבית ספר יסודי מזווית חדשה והופכת את הלמידה לפחות טכנית, וכך גוברת המוטיבציה של התלמידים בלימוד הנושאים הבאים.

ארגון ההוראה

כאמור במבוא הכללי, אי-אפשר לבצע את כל המשימות המובאות בפרק. האייקונים עוזרים למורים להתאים את בחירת המשימות לרמת הכיתה. אפשר לוותר על המשימות "נוצה" בכיתות מתקדמות. בכיתות חלשות כדאי לשקול בחירה של משימות "אתגר". המשימות באייקון "משולש" מומלצות לכל הכיתות, אך אפשר לבצע רק מספר סעיפים במשימות אלה לפי רמת הכיתה.

בפרק זה, ובעיקר במשימות במדורים א' ו- ב', מומלץ להשתמש בלוח מחיק (דף לבן בתוך מגן–דף, [ניילון] שכותבים עליו בטוש נמחק).

ב"תרגילים נוספים" מופיעות משימות המיועדות לחזרות או לבחנים.

משימות הדורשות יותר זמן מופיעות ב"ממשיכים בתרגול".

מושגים ומונחים

המושגים והמונחים הנלמדים בפרק:

קבוצות, איבר, קשר בין איברים, חוקיות, קשר קבוע, זוגות מספרים, סדרה, איבר ראשון, אות, ערך של אות, משתנה, ביטוי אלגברי, ביטוי מספרי, הצבה, ערך הביטוי.

מטרות

התלמידים ידעו:

א למצוא תכונה משותפת לאיברים של קבוצה;
ב לזהות סדרת מספרים;
ג להשתמש באות כמייצגת מספר: מושג המשתנה;
ד למצוא את הקשר בין שני איברים סמוכים בסדרה נתונה;
ה למצוא את הקשר בין איבר לבין מיקומו בסדרה נתונה;
ו למצוא את הסדרה כאשר נתון הקשר בין שני איברים סמוכים;
ז למצוא את הסדרה כאשר נתון הקשר בין איבר לבין מיקומו;
ח למצוא חוקיות בטבלת מספרים;
ט למצוא חוקיות בסדרה של תרגילים;
י למצוא חוקיות בלוחות מספרים;
יא להבין את משמעות המושג *ביטוי אלגברי*;
יב לבטא תכונה בעזרת ביטוי אלגברי;
יג למצוא ביטוי אלגברי המתאים למצב נתון;
יד לתרגם ביטויים כמו "מכפלה של", "סכום של", "מנה של", "הפרש של" ושילוב של ביטויים אלו;
טו לתרגם ביטויים למספרים מיוחדים, כגון: "מספר עוקב", "מספר זוגי", "מספר אי-זוגי";
טז להציב מספרים בביטויים אלגבריים;
יז למצוא ערך של ביטוי אלגברי;
יח לזהות ביטויים אלגבריים שווים;
יט לתרגם שאלות מנוסח מילולי לצורה אלגברית באמצעות מספרים ואותיות.

ציוד

כרטיסיות עם מספרים, לוחות שנה.

השיעור בספר הלימוד

מגלים ולומדים עמ' 1

א. קשרים בקבוצות

מגלים (עמ' 1)

בפעילות מוצגת קבוצה(סדרה) של ציורים, והתלמידים מתבקשים לחקור חוקיות בין איברי הקבוצה. המושג "קבוצה" הוא מושג בסיסי במתמטיקה, ואף-על-פי שבתכנית הלימודים אין התייחסות להגדרה המתמטית המדויקת של המושג, הפרק נפתח בהצגת החוקיות באמצעות הקבוצות במובן האינטואיטיבי.

סדרה זו נבחרה מכמה סיבות:

- היא פשוטה;
- אפשר לתאר אותה באופנים שונים (מספר העיגולים עולה / מספר העיגולים זוגי / מוסיפים בכל פעם שני עיגולים);
- היא מציגה מספר מושגים מרכזיים בפרק: **איבר**, **קבוצה**, **סדרה**, ו**מקום איבר בסדרה**;
- היא מאפשרת להבדיל בין שני סוגי הקשרים שבסדרה:
  1. הקשר בין איבר לבין האיבר הבא אחריו (מוסיפים 2 עיגולים);
  2. הקשר בין איבר לבין מקומו בסדרה (כופלים את מספר המקום ב- 2, ומתקבל מספר העיגולים).

קבוצה: המושג *קבוצה* הוא מושג כללי במתמטיקה, כי תמיד אפשר ליצור קבוצה על-בסיס תכונה משותפת, ולכן אנו מתחילים בתיאור קשר בקבוצה. מומלץ להגדיר את המושג כאוסף של אובייקטים בעלי תכונה משותפת. למשל, בפעילות הגילוי מדובר באוסף של ציורים שבכולם מופיעים עיגולים המסודרים בשתי שורות. תלמידים יכולים למצוא תכונות משותפות נוספות לאיברי הקבוצה.

הקשר בין איברים של קבוצה מוביל להבנת תכונה משותפת, שמהווה בסיס לתיאור קשרים אחרים. ישנן קבוצות שהחוקיות בין איבריהן קשה לתיאור (או לא קיימת כלל) וכל מה שמייחד את איבריהן הוא עצם השיוך לאותה הקבוצה. זה מצב קיצוני יחסי, ואפשר להתייחס אליו בכיתות חזקות במיוחד.

סדרה: ההבדל המהותי בין "קבוצה" לבין "סדרה" הוא שאיברי הסדרה מסודרים לפי סדר מסוים, ואילו באיברי הקבוצה אין חשיבות לסדר. נוסף על כך, בקבוצה כל איבר מופיע פעם אחת בלבד ובסדרה – לאו דווקא. אין צורך להסביר לתלמידים את המושג "קבוצה" (הוא אינו בתכנית הלימודים) ואת ההבדל בין קבוצה לבין סדרה. בדרך כלל לומדים סדרות שיש חוקיות מתמטית בין איבריהן השונים. כמו-כן קיימות סדרות שאין בהן חוקיות מתמטית כזו, וכל איבר מאופיין על-ידי מקומו בלבד. זהו מקרה מיוחד נוסף שאפשר להציגו בפני תלמידים חזקים. למשל, בסדרה שאיבריה (לפי הסדר) הם חתול, בית, ירוק, סבון, אין חוקיות (מתמטית או אחרת), ואיבריה מוגדרים באמצעות מקומם בסדרה.

בסעיף ב' התלמידים מתבקשים למצוא קשר בין שני איברים עוקבים ולתאר אותו. חשוב מאוד לבקש מתלמידים תיאור מדויק של הקשר שהם מוצאים, ולהשתמש במושגים מתמטיים מדויקים. מומלץ לתאר

את הקשר בכתב ולבקש להקריא את התיאור שכתבו, כדי לאפשר לתלמידים רכישת שפה מתמטית נכונה המובילה להבנה מעמיקה של המושגים. באמצעות תיאור הסדרות אנו מובילים את התלמידים לצורך באות לתיאור איבר כללי (ללא השימוש במושג) ובהמשך לצורך בביטויים אלגבריים.

הערה:

יש לשים דגש על ריבוי של דרכים לתאר אותו הקשר, כדי למנוע תפיסה שגויה, שקיימת רק דרך אחת נכונה לתיאור חוקיות או קשר בין איברי קבוצה/סדרה. בפעילות עוסקים בקשר בין שני איברים עוקבים בסדרה, אשר בהמשך הלימודים הכרחי להבנה ולהגדרה רקורסיבית של סדרות. יש להניח שכבר בשלב הזה תלמידים ישימו לב לקשר נוסף שקיים – קשר בין איבר לבין מקומו בסדרה. זהו קשר חשוב נוסף אשר יידון בהמשך.

לומדים (עמ' 1)

בחלק זה מוצג המושג "חוקיות" כקשר עקבי בין איברי הקבוצה. זו אחת ההגדרות האינטואיטיביות של המושג, המאפשרת להבין את נחיצות המושג ואת יתרונותיו האופרטיביים בפתרון שאלות. מומלץ לתרגל את המושג בתרגילים המופיעים בהמשך ולשים דגש על תיאור החוקיות במושגים מתמטיים מתאימים. חשוב להדגיש שוב כי בפרק נעשה שימוש במונח "קבוצה" במובן האינטואיטיבי שלו, במשמעות "אוסף", ולא במסגרת של תורת הקבוצות (שאינה מופיעה בתכנית הלימודים). שימוש במושג מאפשר לדבר על "קשר בין איברים" ובהמשך להגיע לתיאור הקשר באמצעות ביטויים אלגבריים.

משימות

בתרגול מוצגים סוגים שונים של קשרים. אפשר להרחיב ולבקש מהתלמידים למצוא דוגמאות נוספות. חלק מהתרגילים מהווים הזדמנות לחזור על החומר שנלמד בבית-הספר היסודי.

מטרת המשימות הקלות 1 – 4 היא להראות איך בנויה סדרה, ולאמן את התלמידים בשימוש באוצר המילים.

בכיתות בינוניות וחזקות מומלץ לבצע רק את המשימות 4, 5 ו- 7.

1 **א** פרצוף שמח ולאחריו פרצוף עצוב.

ב פרצוף שמח.

ג 8 – עצוב. 15 – שמח. כל הציורים האי-זוגיים שמחים וכל הזוגיים עצובים.

ד ציור מספר 567 הוא פרצוף שמח, ציור מספר 784 – פרצוף עצוב. מטרת סעיף זה היא להראות שחוקיות מאפשרת לדעת מה מאפיין איבר, בלי לצייר או לכתוב בפועל את הסדרה, וזאת בעזרת שאלה של מספרים גדולים (אין צורך לצייר 567 פרצופים).

2 המשימה מובילה להבחנה בין מאפיינים אפשריים של איברים: צבע, זוגיות או אי-זוגיות, מספר השורה, מספר איברים בשורה.

א תכלת; **ב** 5; **ג** אי-זוגיים; **ד** זוגיים; **ה** 10, כתום.

3 סדרת המספרים הריבועיים מיוצגת על-ידי ציורים. מאוחר יותר יראו התלמידים תצוגות אחרות של אותה סדרה.

א במבנה הראשון יש ריבוע אחד, במבנה השני ארבעה, ובמבנה השלישי תשעה;

ב בכל מבנה מספר הריבועים הוא מספר המבנה בריבוע;

ג במבנה הרביעי 16 ריבועים, ובמבנה השישי 36 ריבועים.

4 הסדרה היא תצוגה שונה של סדרת "המספרים המשולשים". אפשר לתאר אותה באופנים שונים.

א ריבוע אחד עם פרצוף;

ב בכל ציור נוספת שורה שיש בה ריבוע אחד יותר מאשר בשורה מעליה.
אפשר גם לומר שבכל ציור מספר השורות שווה למספר הציור, או שמספר הפרצופים בכל ציור הוא סכום המספרים הטבעיים מ- 1 עד מספר הציור.

ג 15.

5 סדרה זו היא בסיס האריתמטיקה. בסדרה המספר הראשון הוא 0, ובהמשך מופיעים המספרים הטבעיים. התלמידים צריכים להבין שבמקרה זה 0 הוא מספר "נורמלי".

א 4; **ב** בכל ציור נוספת קובייה אחת; **ד** בכל ציור מספר הקוביות בציור קטן ממספר הציור ב- 1.

6 בדגם החוזר על עצמו בסדרה – יש 3 צורות. עד המקום ה- 12, הדגם חוזר על עצמו 4 פעמים. לכן במקום ה- 13 יהיה משולש, הצורה הראשונה בדגם.

7 תכונה אחת: כולם מצולעים. תכונות נוספות: לכולם 7 צלעות, 7 זוויות, 7 קדקודים.

לומדים (עמ' 3)

כאן מתייחסים למושג "חוקיות" בקבוצת מספרים. המושג אינו חדש לתלמידים, שכן חקר חוקיות בקבוצת המספרים הוא חלק מתכנית הלימודים בכיתות השונות של בית הספר היסודי. הפרק מכין את התלמידים לקראת ביצוע ההכללה האלגברית, באמצעות תיאור החוקיות על-ידי משתנים (אותיות). גם כאן חשוב לשים לב לשימוש נכון בשפה המתמטית שתסייע להגיע להכללה ולחשיבה אלגברית בהמשך.

משימות

8 התלמידים מגלים קשר בין כל האיברים בקבוצה של מספרים.
הקשרים שתלמידים יכולים לגלות: כל המספרים זוגיים, כל המספרים הם שלמים, שלמים גדולים מ- 10, כולם מתחלקים ב- 3, כולם מתחלקים ב- 6. מומלץ לבקש שיעלו את מרב ההשערות, וכדאי לכתוב אותן על הלוח. מומלץ לדון בכיתה לגבי נכונות ההשערות ולהתמקד בדרכים לבדוק אם ההשערה נכונה או לא. רצוי להדגיש שאין תשובה נכונה אחת, ולעודד תלמידים למצוא רעיונות יצירתיים רבים ככל האפשר.

9 כל השברים שווים לחצי. זו הזדמנות לבדוק אם התלמידים יודעים כללי צמצום והרחבה.

במשימות 10 – 13 מופיעות קבוצות מתחומים שונים ובייצוגים שונים (תיאור מילולי, ציור, מספרים). ייתכנו תשובות שונות. גם במשימות אלה, כמו במשימה 8, חשוב להתמקד בנכונות ההשערות ובדרכי הבדיקה.

10 **ה** אותיות שיש להן אות סופית. האיבר הנוסף הוא האות פ'.

12 המילים בסעיף א' והמספרים בסעיף ג' הם פולינדרומים (אפשר לקרוא אותם משמאל לימין ומימין לשמאל). הרעיון המשותף לכל הסעיפים הוא סימטריה.

14 משימה פתוחה. גם אם בין איברי הקבוצה שבנו התלמידים אין קשר הנראה לעין, השייכות לקבוצה היא קשר.

15 דוגמה לבניית סדרת מספרים לפי כללים נתונים. הסדרה המתקבלת היא 3, 10, 17, 24, 31.
זוהי סדרה חשבונית. בשלב זה אין מקום להזכיר את המושג.

16 משימה הפוכה למשימות קודמות. כאן על התלמידים להתאים את איברי הקבוצה לתכונה הרשומה.
1 – ב. 2 – ח. 3 – ה. 4 – ג. 5 – א. 6 – ז. 7 – ד. 8 – ו.

במשימות 17 – 18 על התלמידים להמשיך את סדרות המספרים, לאחר שמצאו את החוקיות.

19 רצוי לדון בכיתה כיצד למצוא את האיברים החסרים. חסרים גם איברים בתוך הסדרה וגם האיבר הראשון. אפשר לראות שהאיבר השלישי גדול מהאיבר השני ב- 1, וכן גדול מהאיבר השני פי 2. על-ידי ניסוי וטעייה (הוספת 1 או כפל ב- 2 כדי להגיע לאיבר הרביעי החסר ואחריו לאיבר החמישי הנתון), מתברר שהחוק הוא כפל ב- 2. כדי למצוא את האיבר הראשון יש לחלק ב- 2 את האיבר השני, נקבל שהאיבר הראשון הוא $\frac{1}{2}$.

20 אפשר למצוא כמה תכונות משותפות ולהוסיף איברים בהתאם.
<u>דוגמאות</u>: **ג** כפולות של 6. **ד** מחלקים של 12. **ה** מספרים ראשוניים.

במשימות 21 – 22 נדרשים התלמידים למצוא איברים השייכים לקבוצה, על-פי תכונה נתונה, אחת בתחום המספרי ואחת הקשורה לגאוגרפיה. מומלץ לבצע את משימה 21 בכיתה ולתת את משימה 22 כשיעורי בית.

לאחר ניתוח של סדרות במשימות 17 – 19 התלמידים נדרשים לבנות סדרות לפי אילוצים.

23 מומלץ לבצע את המשימה בכיתה. 26, 32, 38, 44, 50

24 **א** 10, 20, 30, 40, 50; **ב** 100.

פיצוחים

25 הפעם נתון האיבר האחרון, והסדרה מבוססת על פעולת חילוק. 2.5, 5, 10, 20, 40, 80, 160
אפשר להרחיב את המשימה ולבקש לבנות סדרות שונות על-ידי בחירת מספר באיברים בסדרה. הדבר יכוון למספרים קטנים מ- 1. אפשר גם לבקש לבנות סדרות דומות, שהאיבר האחרון בהן הוא 560, 1024 או 2048.

26 הסדרה מתחילה בשברים וממשיכה במספרים שלמים.
א 1, 3, 9; **ב** כל אבר מתקבל על-ידי כפל האיבר הקודם ב- 3.

27 משימת אתגר. בסדרה ההפרש בין שני איברים סמוכים הולך וגדל. $15 + 1 = 16$ $16 + 2 = 18$.
אפשר גם לומר שכל איבר שווה לאיבר הקודם + מקומו של האיבר הקודם.
ב 36, 43, 51, 60. **ג** דוגמה: 2, 3, 5, 8, 12.

28 המשבצות המסומנות הן המספרים $2(2\boldsymbol{n} + 1) + 1$ $(\boldsymbol{n} = 0,1,2,\dots)$. בכל תא מודגש המספר גדול ב- 4 מהמספר בתא המודגש שלפניו. ...3, 7, 11, 15, 19 הטעות: 26 במקום 27.

לומדים (עמ' 7)

בחלק זה מדובר בחוקיות בין שתי קבוצות, ולא בחוקיות בקבוצה אחת. יש להדגיש שבמקרה זה אין חשיבות לסדר בין השורות, ואפשר לזהות את החוקיות גם כאשר השורות אינן מסודרות לפי סדר עולה או יורד.
יש לשים דגש על מגוון התיאורים של קשר: תיאור מילולי, תיאור באמצעות מספרים וגם תיאור כללי שיוביל בהמשך לכתיבת ביטוי אלגברי ולפונקציות.

משימות

29 משימת יישום פשוטה שאפשר לפתור בעל-פה. במשימה זו מוצגות סדרות המופיעות בטבלאות מספרים. למרות הפשטות המשימה היא הקדמה לפונקציות שיילמדו מאוחר יותר בשנה.
טבלה 1 – המספרים בטור ב' הם ריבועים של המספרים בטור א'.
טבלה 2 – המספרים בטור א' גדולים מהמספרים בטור ב' פי 2.
טבלה 3 – המספר בטור ב' גדול מהמספר בטור א' ב- 3.

30 אפשר לפתור את המשימה בעל-פה. קבוצות של זוגות מספרים או של זוגות של צורות הן קבוצות מיוחדות, כאשר אותה חוקיות חלה על כל זוג. קשר זה מוביל לפונקציות. בסעיף א' של המשימה על התלמידים להעלות השערות ולבדוק אותן. הפעלת מיומנויות אלו היא אחת מהמטרות של הפרק. התלמידים יכולים לבדוק את השערותיהם על–ידי סעיף ב'. עמודות א'–ד' קשורות לפעולות. עמודה ה' קשורה למבנה המספר. חשוב להראות שכאשר חוקרים זוגות של מספרים, אין בהכרח סדר בין הזוגות.
א – 3, 5 **ב** – 2 **ג** – 1 **ד** – 4 **ה** – 6

ב. המשתנה

ב.1. הגדרת המשתנה

מגלים (עמ' 8)

התלמידים חוקרים סדרת מספרים (סדרה חשבונית). המטרה היא לרשום קשר בין האיברים הסמוכים של הסדרה באמצעות ביטוי אלגברי. (בהמשך נעסוק בקשר שבין איבר בסדרה לבין מקומו.) בפעילות משולבים מספר תיאורים של הקשר בין האיברים הסמוכים בסדרה, ועל התלמידים לקשר בין התיאורים השונים: תיאור באמצעות מספרים, תיאור מילולי ותיאור באמצעות ביטוי אלגברי. הבנת הקשרים בין התיאורים השונים עשויה לסייע באופן מיוחד להבנת הכללת התהליך ולפיתוח החשיבה האלגברית, ולכן חשוב להתעכב על המעבר בין התיאורים השונים. ייצוג של המשתנה באמצעות ריבוע מקשר בין הנלמד בבית הספר היסודי לבין לימודי האלגברה. בהמשך אות בתפקיד המשתנה תחליף את הריבוע. אחד הקשיים העלולים להתעורר בשלב הזה הוא ההבנה שריבוע יכול לייצג מגוון של מספרים – תלוי באיזה איבר מדובר. זאת בניגוד לתפקיד האות, הנלמד בבית-הספר היסודי (האות שימשה כנעלם ויכלה לקבל ערך אחד בלבד). הסיבה שהאות כמשתנה נלמדת כבר בפרק הראשון, היא כי ההבנה מסייעת ללימודים בהמשך. כאשר נתמקד בתפקיד של האות כנעלם במשוואות שתידרש בהן הבנת עקרונות נוספים, כגון עקרון השקילות ועוד. כאן ישנה חשיבות לשימוש במונחים מתמטיים נכונים. חשוב לדבר על כך שבמקום הריבוע אפשר להציב מגוון ערכים מספריים, ואם הערך של הריבוע הוא 13, הערך של "ריבוע ועוד 5" הוא 18 וכדומה.

לומדים (עמ' 8)

התלמידים נפגשים לראשונה עם המושג "משתנה". חשוב לדבר על השם של המושג ועל המשמעות שלו: השם מרמז שהמשתנה יכול לקבל ערכים שונים (אפשר להציב ערכים שונים במקום המשתנה). כאן מקשרים ועוברים בין ייצוג המשתנה על ידי ריבוע (שהתלמידים מכירים מלימודיהם הקודמים) לבין ייצוג המשתנה באמצעות אות באנגלית. השימוש באותיות עלול לעורר קשיים, ולכן חשוב לעשות את המעבר בצורה הדרגתית ולקשר בין האות לבין ייצוג של המשתנה באמצעות צורות. חשוב להדגיש שאין חשיבות באיזה אות משתמשים, ולהראות לתלמידים שימוש במגוון אותיות. בכיתות מתקשות אפשר להשתמש במידת הצורך בסימן שאלה או באותיות בעברית כשלב מקדים לשימוש באותיות באנגלית.

בהמשך ילמדו התלמידים דרך למציאת קשר בין איברים סמוכים כשנתונה סדרה. חוקיות הסדרה מתוארת באמצעות ביטויים אלגבריים פשוטים. יש להדגיש כי אפשר לתאר אותה חוקיות על-ידי ביטויים שונים. למשל, בפעילות זו אפשר לתאר את האיבר הבא באמצעות פעולת החיבור, ואפשר לתאר את האיבר הקודם באמצעות פעולת החיסור ההפוכה.

משימות

משימות 31 ו- 32 מהוות מעבר בין שימוש בציור כל שהוא לבין שימוש באות כמשתנה במסגרת של חקירת סדרה.

31 א 5; ב 24; ג 20; ד 500.5; ה 1.5; ו 121.

32 א לא; ב כן; ג 52; ד 52, 8 + 52 = 60; ה לא, כל המספרים בסדרה זוגיים.

33 חזרה קצרה על מציאת איברים של סדרה, כאשר אחד מהאיברים החסרים בה הוא באמצע הסדרה. בשלב זה תלמידים כבר מחפשים את הקשר בין איברים סמוכים.

א כל איבר קטן מהאיבר הקודם ב- 4. המספרים החסרים: 96 – 104.

ב כל איבר גדול מהאיבר הקודם ב- 11. המספרים החסרים : 145 – 167.

המשימות 34 – 35 הן סדרות של מספרים עשרוניים ושברים. המטרה היא להראות שהערכים של משתנה יכולים להיות כל סוגי המספרים.

34 א 0.1, 1, 10; ב כל איבר גדול מהאיבר הקודם פי 10. $10 \times \boldsymbol{c}$

35 א כל איבר גדול מהאיבר הקודם לו ב- $\frac{1}{4}$. ב $1, 1\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}$; ג $\boldsymbol{b} + \frac{1}{4}$.

36 א 1, 2, 4, 8, 16;

ב $2 \times \boldsymbol{m}$. סדרה זו הופיעה בתרגיל 19. כאן התלמידים מתבקשים לכתוב את החוק בעזרת משתנה.

37 הסדרה מקבילה לסדרת הציורים שבמשימה 5, אך הפעם הסדרה נתונה, וחוקרים את הקשר בין איבר לבין מקומו בסדרה. המשימה היא הכנה לקטע השיעור הבא.

2.ב מציאת קשר בין איבר לבין מקומו בסדרה נתונה

לומדים (עמ' 10)

בחלק זה לומדים למצוא ולתאר סוג נוסף של קשר – קשר בין איבר לבין מקומו בסדרה. זהו חלק חשוב המהווה בסיס ללימוד של סדרות בהמשך, ובפרט ללימוד של תיאור איבר כללי באמצעות מקומו בסדרה. לכן מוצגים שני סוגים של קשר – קשר בין איבר לבין האיבר הבא, וקשר בין איבר לבין מקומו. יש להדגיש כי אף-על-פי שאפשר להשתמש במגוון רחב של אותיות לייצוג המשתנים, ישנן "אותיות שמורות" המקובלות לשימוש במצבים מסוימים. למשל, כדי לסמן מקום של איבר בסדרה, מקובל להשתמש באות $\boldsymbol{n}$. קטע שיעור זה הוא שיעור מפתח, ויש לוודא שהובן היטב. בתרגילים בהמשך, לפני שניגשים לפתרונות, יש להדגיש ולהבהיר באיזה סוג של קשר מדובר: קשר בין איבר לבין האיבר הבא, או קשר בין איבר לבין מקומו בסדרה. כמו-כן ייצוג הסדרה בטבלה מהווה הכנה לנושא הפונקציות בהמשך.

משימות

נוסף על יישום השיעור אחת המטרות של משימות 38 – 43 היא לתרגל שימוש בפעולות חשבון ולבטא קשרים, ולא רק לבצע תרגילי חישוב.

38 ערך האיבר $\boldsymbol{a}$ גדול ממקומו בסדרה ב- 3. האיברים הבאים: 10, 11, 12.

39 **א** התשלום גדול ממספר הפריטים $\boldsymbol{n}$ פי שניים. $2 \cdot \boldsymbol{n}$. **ב** 30 ₪. $(15 \cdot 2)$

40 **א** 6, 9, 18 מ'. **ב** הדרך שעבר הצב גדולה ממספר השעות שהלך פי שלושה. $3 \cdot \boldsymbol{k}$.

41 סעיפים א'–ג' מיועדים לכיתות חלשות. בכיתות חזקות אפשר להתחיל בסעיף ד'.

א 8; **ב** 1; **ג** 8; **ד** $\frac{7}{8}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{5}{6}$;

ה המונה גדול מהמכנה ב- 1, לכן השבר $\frac{8}{10}$ אינו איבר בסדרה. השבר $\frac{11}{12}$ יכול להיות איבר בסדרה;

ו $\frac{100}{101}$.

ז ערך האיבר במקום ה- $\boldsymbol{n}$ הוא $\frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{n}+1}$. בכיתות חזקות אפשר לשאול אם הסדרה עולה או יורדת, ומה יקרה אם הערך של $\boldsymbol{n}$ גדול מאוד.

מומלץ לבצע את משימות 42 – 43 בכיתה. הן דומות, וביצוע הראשונה מקל את פתרון השנייה.

42 בסדרה זו השלמת הסדרה על-ידי חוק הסדרה $(\boldsymbol{a} + 2)$ קלה, אך מציאת הקשר בין איבר לבין מקומו בסדרה קשה יותר, לכן מובא הרמז.

א במקום $\boldsymbol{n}$ ערך האיבר הוא $2 \cdot \boldsymbol{n} + 1$. האיברים הבאים הם 15, 17, 19, 21.

43 **א** במקום $\boldsymbol{n}$ ערך האיבר הוא $3 \cdot \boldsymbol{n} + 1$. האיברים הבאים הם 22, 25, 28, 31.

ב.3. מציאת איברים של סדרה על-ידי הקשר בין איברים סמוכים

לומדים (עמ' 12)

בחלק זה נלמדת מיומנות שונה, שהיא מציאת איברים של סדרה על-ידי הקשר בין איבר לבין מקומו. יש להדגיש שכדי למצוא את איברי הסדרה, יש לדעת את החוקיות ואת האיבר הראשון. שני התנאים הם הכרחיים, וללא אחד התנאים מציאת הסדרה איננה חד-משמעית. יש להדגיש את היתרונות והחסרונות בייצוג זה של סדרה. היתרון הוא שלא חייבים לכתוב את כל האיברים, אלא רק את האיבר הראשון ואת החוקיות. השיטה מאפשרת לראות באופן מידי את הקשר בין שני איברים סמוכים. החיסרון הוא שהשיטה איננה מאפשרת לחשב מיד את ערכו של איבר במקום כלשהו, ללא חישוב כל האיברים שבאים לפניו בסדרה.

משימות

זוגות המשימות 44 – 45, 49 – 50 בנויים לפי אותו דגם. בכיתות החזקות אפשר לבצע רק אחת מהן.
המשימות בנויות לפי פעולות חשבון הפוכות: חיבור–חיסור, כפל–חילוק.

44 2, 5, 8, 11, 14

45 50, 45, 40, 35, 30

46 2, 6, 18, 54, 162

47 **א** 2, 8, 14, 20, 26... ;

ב הקשר הוא $a + 6$.

בכיתות החזקות אפשר לשאול אם רואים חוקיות אחרת בסדרות (סדרה חוזרת של ספרת היחידות).

48 יש לשים לב שבמעבר מאיבר לאיבר הבא אחריו, נוספת אבן שגובהה 3 ס"מ, ואילו האבן העליונה ללא שינוי.

ג $h + 3$; **ד** 32 ס"מ $(10 \times 3 + 2)$; **ה** $3 \times n + 2$, כאשר n הוא המקום;

ו 11 קומות $(3 \times n + 2 = 35)$.

50 **א** 8, 4,2, 1, ... ; **ב** הקשר הוא $a : 2$. יש תלמידים שיהססו לכתוב "חצי" כאיבר החמישי.

ב.4. מציאת איברים של סדרה על-ידי קשר בין איבר לבין מקומו

לומדים (עמ' 13)

בניגוד לשיטה הקודמת, כאן יש צורך בידיעת הקשר בלבד, ללא ידיעת האיבר הראשון. את האיבר הראשון אפשר לחשב מתוך הקשר, כאשר מציבים $n = 1$. חשוב לדבר על יתרונות השיטה: אין צורך לדעת מהו האיבר הראשון; אפשר לחשב כל איבר, גם במקום גבוה, ללא הצורך לחשב את כל האיברים שלפניו. החיסרון הוא שהשיטה אינה מאפשרת לראות באופן מידי את הקשר בין שני איברים סמוכים בסדרה, ולצורך זה יש לבנות תחילה את הסדרה ולזהות את הקשר.

משימות

במשימות 51 – 54 התלמידים בונים את הסדרות לפי הקשר בין איבר לבין מקומו. מתקבלות סדרות שונות, מתרגילים קודמים, בהם ניתן הקשר בין איבר לבין האיבר הקודם לו. במשימות אלו אפשר לדון בהבדל בין שני הקשרים.

בכיתות חזקות אפשר להסתפק בסעיף ד' בכל תרגיל.

51 הקשר בין איבר לבין האיבר הקודם לו הוא $a + 3$.

52 חוק הסדרה הוא $a + 8$.

53 הסדרה המתקבלת היא 2, 8, 14, 20, 26, 32. הקשר בין איבר לבין האיבר הקודם לו הוא $a + 6$.

54 הסדרה המתקבלת היא 50, 45, 40, 35, 30, 25... הקשר בין איבר לבין האיבר הקודם לו הוא $a - 5$.

55 משימה פתוחה. אפשר לנהל אותה בזוגות: תלמיד מגדיר את חוקיות הסדרה, והאחר כותב את הסדרה.

ג. ביטויים אלגבריים

ג.1. הגדרה

מגלים (עמ' 15)

התרגיל המוצג הוא תרגיל חקר קצר המאפשר לתלמידים להתנסות במציאת חוקיות במעבר בין העמודות לבין השורות בטבלאות השונות. חשוב לאפשר מגוון של פתרונות: מעברים מהעמודה הימנית לעמודה השמאלית ומהעמודה השמאלית לעמודה הימנית וגם מעברים שונים בין השורות או מעברים באלכסון. יש להקפיד לתאר את הדגם במונחים מתמטיים נכונים. יש להדגיש את המורכבות של תיאור החוקיות במילים וכך להוביל את התלמידים לצורך בתיאור קצר יותר של הדגם באמצעות מספרים, אותיות ופעולות ביניהם, ובמילים אחרות: באמצעות ביטויים אלגבריים. בסעיף ד' יש לאפשר לתאר את הקשר גם במילים וגם באמצעות ביטוי אלגברי. מומלץ לכתוב את שני התיאורים על הלוח ובמהלך הדיון לקשר בין השניים. מומלץ לשאול אם שני התיאורים נכונים, אם יש תיאור אחד שהוא נכון יותר, אם שני התיאורים מתארים אותה החוקיות, איזה תיאור נוח וברור יותר, מה היתרון ומה החיסרון של כל אחד מהתיאורים. בתרגילים בהמשך מומלץ לבקש "לתרגם" תיאור מילולי לתיאור אלגברי ולהפך. "תרגומים" כאלה מעמיקים את ההבנה של הנושא.

לומדים (עמ' 15)

אפשר לדבר על "ביטויים חוקיים" ועל "ביטויים לא-חוקיים". אפשר לבקש לתת דוגמה לביטוי לא-חוקי (למשל, כזה שיתחיל בפעולה). חשוב לחשוף את התלמידים למגוון אותיות שמשמשות כמשתנים, כדי למנוע שימוש ב- x בלבד. יש להדגיש שהשתמשנו בביטויים אלגבריים בסוגיות הקודמות ללא צורך לקרוא להם בשם "ביטויים אלגבריים". גם כאן חשוב להדגיש כי משתנים בביטויים האלגבריים יכולים לקבל ערכים שונים, בדרך כלל ערכים רבים (תלוי בהקשר).

משימות

במשימות 56 – 61 חוזרים על אוצר המילים של פעולות חשבון במסגרת של ביטויים אלגבריים.

56 מומלץ להפנות תשומת לב התלמידים שבסעיפים א'–ב' הביטויים שקולים, ולסעיפים ג' ו- ד' אין אותה משמעות.

א $3+t$ ב $t+3$ ג $12-a$ ד $a-12$

57 א $a+16$ ב $a-8$ ג $6 \cdot a$ ד $2.5 \cdot a$

58 בעל-פה $p-1$

59 בעל-פה $n+3$

60 בעל-פה $a+b$

61 סעיף ג': אפשר לתרגם אותו ביטוי באופנים שונים. חשוב לדון במשימה. בכיתות החזקות אפשר לבקש מהתלמידים לכתוב משימה דומה לביטוי $a-b$.

62 $\frac{c}{r}$.

63 יישום מהמשימה הקודמת. $\frac{c}{c+2}$

64 יש לשים לב ש- x מציין את גילו של נחשון לפני 5 שנים.

65 סדרת המספרים המשולשים. תלמידים יכולים לתאר אותה על ידי סכומים: 1, $1+2$, $1+2+3$ ....

66 מומלץ לבקש מכל תלמיד לענות על סעיף בתורו.
א $7+m$ **ב** $15-y$ **ג** $40-t$ **ד** $8 \cdot x$ **ה** $x \cdot 8$ **ו** $\frac{10}{d}$ **ז** $\frac{d}{10}$

לומדים (עמ' 17)

חלק זה נועד לטיפול בשגיאות אופייניות הקשורות לפעולת הכפל. מומלץ לדבר עם התלמידים על הבלבול האפשרי ולהקפיד על הרישום של פעולת הכפל. חשוב להימנע מכתיבה מקוצרת של ביטויים. חשוב להקפיד לכתוב את כל פעולות החשבון (לכתוב $2 \cdot a$ ולא $2a$) כדי למנוע שגיאות אופייניות לשלב זה, כאשר מתעלמים מהפעולה בהצבת המשתנה בביטוי. לדוגמה, כשמציבים $a = 7$ בביטוי $2a$, כותבים 27 במקום $2 \cdot 7 = 14$.

משימות

למרות האופי הקל של חלק מהמשימות 67 – 75, מומלץ לבקש מהתלמידים לכתוב את הביטויים כדי לפתח הרגל של כתיבת נקודה כסימן כפל. מומלץ להשתמש בלוח מחיק.

67 $m = 3 \cdot y$

68 $12 \cdot n$

69 $0.75 \cdot s$

70 בפרק ב' התלמידים ילמדו את ההבדל בין תכונות הכפל והחילוק (חוק החילוף).
א $4 \cdot s \cdot 7$ **ב** $4 \cdot 7 \cdot s$ **ג** $\frac{4 \cdot s}{7}$ **ד** $\frac{7}{4 \cdot s}$

71 $15 \cdot x - 3$

72 ייצוג של כפל בעזרת קטעים שווים. נשתמש בייצוג זה מאוחר יותר בייצוג שאלות מילוליות.
א $AD = 3 \cdot m,\ AC = 2 \cdot m$ **ב** $AD = \frac{3}{2} \cdot k$

73 **ג** נסמן ב- x את הסכום שקיבל כל ילד בראש השנה. הסכום שקיבל בחנוכה הוא $2 \cdot x$.
ד נסמן ב- y את גילו של כל ילד. הסכום שקיבל בחנוכה הוא $4 \cdot y$.

74 **א** $2 \cdot x : 10$ **ב** $2 \cdot 10 : x$

75 **א** $3 \cdot c/4$ **ב** $5 \cdot x + 2$ **ג** $3 \cdot x \cdot 2 \cdot y = 6 \cdot x \cdot y$ **ד** $2 \cdot (c-d)$

76 ד אורך קטע **AB** הוא $2 \cdot \boldsymbol{p} + 2 \cdot \boldsymbol{r}$, ולכן הוא מספר זוגי. אורך הקטע **CD** הוא $3 \cdot \boldsymbol{p} + 1$. כאשר $\boldsymbol{p}$ הוא מספר זוגי, אורך הקטע הוא מספר אי-זוגי, ולהפך. לכן אי-אפשר לדעת. אורך הקטע **GF** הוא $2 \cdot \boldsymbol{p} + 1$, ולכן הוא מספר אי-זוגי.

במשימות 77 – 78 מתרגמים ביטוי מילולי לביטוי אלגברי. המשימות הן הכנה לקטע השיעור הבא.

77 א $100 - 2 \cdot (\boldsymbol{x} + 5)$ ב $100 + 2 \cdot (\boldsymbol{x} + 5)$

78 א $\frac{36}{\boldsymbol{b} + \boldsymbol{a}}$ ב $\frac{\boldsymbol{c} + \boldsymbol{d}}{2}$ ג $10 - 2 \cdot \boldsymbol{a}$

לומדים (עמ' 19)

בחלק זה הופכים ייצוג של ביטויים אלגבריים בצורה אלגברית לייצוג מילולי. מעבר מסוג זה חשוב ללימודי המשך, ובמיוחד לפתרון של שאלות מילוליות שבמהלכו יצטרכו התלמידים לבנות ביטויים אלגבריים המתוארים באמצעות השאלות. יש להקפיד לבסס את הנושא היטב ולדון ב"מילים מתמטיות" אשר יכולות להוות רמזים לסימנים המתמטיים. עם זאת, לא מומלץ לקבוע בצורה חד-משמעית את המשמעות המתמטית של ביטוי מסוים או להפך. למשל, הביטוי "גדול ב-" יכול להיות מוצג גם באמצעות פעולת החיבור וגם באמצעות פעולת החיסור (תלוי במספר המסומן על-ידי משתנה).

משימות

אפשר לבצע את הפעילות בעל-פה. תלמידים יכולים לתרגם את הביטויים באופנים שונים.

79 א הסכום של $\boldsymbol{n}$ ו- 4. ב המכפלה של $\boldsymbol{n}$ ו- 8. ג ההפרש בין $\boldsymbol{n}$ ל- 6. ד ההפרש בין 6 ל- $\boldsymbol{n}$.

80 א הסכום של x ו-7. ב המכפלה של x ו-9. ג המנה של x ב- 10. ד המנה של 10 ב- x.

81 א ההפרש בין $\boldsymbol{n}$ ל- 5. ב הסכום של פעמיים $\boldsymbol{n}$ ו- 1. ג גורמי המכפלה הם 2, $\boldsymbol{n}$ ו- 7.
ד המכפלה של 2 בסכום של $\boldsymbol{n}$ ו- 1. ה חצי של $\boldsymbol{n}$.

82 א המנה של $\boldsymbol{n}$ ב- 4.
ב חצי מהסכום של $\boldsymbol{n}$ ו- 2. יש תלמידים שיגידו (בצדק): "הסכום של חצי מ- $\boldsymbol{n}$ ו- 1".
ג המנה של ההפרש של $\boldsymbol{n}$ ו- 8, ב- 3.
ד המנה של ההפרש של 20 ופעמיים $\boldsymbol{n}$, ב- 5.
ה פעמיים הסכום של $\boldsymbol{n}$ ו- 1.
ו המכפלה של 4 בהפרש של $3 \cdot \boldsymbol{n}$ ו- 1.
ז מחצית ההפרש של $3 \cdot \boldsymbol{n}$ ו- 1.
ח הסכום של 4 וההפרש של $2 \cdot \boldsymbol{n}$ ו- 1.

83 משימה קשה יותר.

א המנה של 1 והמספר הקודם ל- $\boldsymbol{x}$ (או שבר יסודי שהמכנה שלו הוא המספר הקודם ל- $\boldsymbol{x}$).

ב המנה של 6 והמספר העוקב ל- $\boldsymbol{x}$.

ג המנה של המספר הקודם ל- $\boldsymbol{x}$ ו- $\boldsymbol{x}$ (או ההפרש בין 1 למספר ההופכי של $\boldsymbol{x}$).

ד המנה בין המספר העוקב של $\boldsymbol{x}$ למספר הקודם ל- $\boldsymbol{x}$.

84 **א** – 2   **ב** – 1   **ג** – 4   **ד** – 3

לומדים (עמ' 20)

תיאור של ביטויים חשבוניים באמצעות ביטוי אלגברי מתאפשר לאחר זיהוי מבנה הביטוי. כדי להחליט איזו אות מסמנים באמצעות המשתנה, חשוב לראות איזו אות בתבנית משתנה, ואיזו נשארת ללא שינוי. גם כאן ישנה חשיבות לשימוש בשפה מתמטית נכונה ובמושגים מתאימים – משתנה, ביטוי אלגברי, דגם (תבנית הביטוי וכדומה. פעולה זו מראה את הכוח של האלגברה ככלי הכללה גם כאשר לכאורה אין "אותיות".

משימות

85 **א** דוגמאות: $\mathbf{2}\cdot 7-1$; $\mathbf{1}\cdot 7-1$.

ב המספר הראשון בדגם הוא זה שמשתנה מתרגיל לתרגיל ולכן במקומו נכתוב את האות, כלומר $\boldsymbol{a}\cdot 7-1$.

ג רק הביטוי $\boldsymbol{a}\cdot 7-1$ מתאר את הדגם.

86 **א** דוגמאות: $1+2\cdot 7$; $1+2\cdot 5$; $1+2\cdot 6$.   **ב** הדגם הוא 1 ועוד המכפלה של מספר מסוים ב- 2.

ג יש להחליף את המספר האחרון, משום שהוא זה שמשתנה מתרגיל לתרגיל.

87 **א** סעיף פתוח.   **ב** בחישוב "נעזרים" בביטוי $\boldsymbol{a}+7$. התלמידים לא אמורים לכתוב זאת כביטוי אלגברי.

88 **א** דוגמה: $\mathbf{4}+5$.   **ב** $5\cdot\boldsymbol{n}$.   **ד** המכפלה של 5 ב- $\boldsymbol{n}$.

89 **א** דוגמה: $\mathbf{45}-20$.   **ב** $\boldsymbol{y}:20$ או $20:\boldsymbol{y}$.   **ג** דוגמאות: $\frac{13}{20}$, $\frac{10}{20}$, $\frac{1}{20}$.   **ד** מנה של $\boldsymbol{y}$ ב- 20.

90 בסעיפים א'–ג' התלמידים יכולים לענות על-ידי ספירת הימים בלוח החודשי ללא שימוש בביטוי אלגברי. בסעיפים ד'–ה' עוסקים בתאריכים באותה שורה. בסעיפים ו'–ז' עוסקים בתאריכים באותו טור.

91 ההפרש בין סכום הכסף של שני הילדים הוא קבוע, מכיוון ששניהם מוסיפים סכום שווה בכל פעם. לכן ליהודה יש $\boldsymbol{a}+3$ ₪.

ג.2. הצבת מספרים בביטויים אלגבריים

מגלים (עמ' 22)

במהלך הפעילות התלמידים נדרשים לגלות את הקשר בין שני משתנים: אורך הצלע של ריבוע הדשא המיוצג על-ידי המשתנה c; ואורך הצלע של ארגז החול. בסיום הפעילות הם נדרשים לכתוב את הקשר באמצעות שוויון אלגברי. מטרת הפעילות היא להפעיל את ההצבה, לכן התלמידים אינם נחשפים לקושי הצפוי, שהוא בחירת המשתנה הקובע (בשלב מתקדם יקראו לזה "משתנה חופשי"), כלומר איזה משתנה יש לכפול או לחלק ב- 2 כדי להגיע למשתנה השני. בכיתות החזקות אפשר לשאול את התלמידים איזה משתנה הם היו בוחרים כדי לקבוע את ערך השני. בכיתות האלה זו הזדמנות נהדרת לדבר על עקרון השקילות. כדי לשמור על השקילות בפעילות המוצגת, יש לחלק את c ב- 2 או לכפול את אורך ארגז החול ב- 2. הפעילות היא פעילות מקדימה לביסוס הידע הדרוש לכתיבה ובעיקר לבדיקה של תשובות למשוואות.

לומדים (עמ' 22)

אחד ממוקדי הקושי שהתלמידים נתקלים בהם הוא להבדיל בין המושגים "ערך של משתנה" ו"ערך של ביטוי". כבר בשלב זה יש לנסות ולהבהיר את המושגים. מומלץ לכתוב ביטוי אלגברי בעל משתנה אחד (כמו בדוגמה ואחר-כך להבחין בין ערך המשתנה שמציבים במקום a לבין ערך של ביטוי שמתקבל אחר ההצבה. חשוב מאוד להרבות ככל האפשר בשימוש במושגים החדשים וכך להרגיל את הלומדים להבחין ביניהם ולהשתמש בהם בצורה נכונה. למשל, במקביל למשפט "נציב $a = 5$", אפשר לומר "כאשר ערך המשתנה הוא 5, איזה ערך של ביטוי נקבל?" לאחר סיום החישובים, אפשר לשאול: "30 הוא ערך של משתנה או ערך הביטוי?" על הלוח רצוי להשתמש באותו צבע בכתיבת המשתנה והערך המוצב. שיטה זו יעילה במיוחד לתלמידים החלשים.

משימות

92 משימת הצבה פשוטה שאפשר לבצע בעל-פה.

א 10 ב 20 ג 38 ד 23 ה 9.5

93 ניתוח של ביטוי פשוט א כפל ב m ג 1, 0, 9

94 משימת הצבה א 4 ב 10 ג 1 ד 1.1 ה 0.9

95 א חיבור וכפל, m; ב 11, 5, 67.

96 א $5 \cdot \mathbf{2} - 3 = 7$ ב $5 \cdot \mathbf{7} - 3 = 32$ ג $5 \cdot \mathbf{100} - 3 = 497$

ד $5 \cdot \mathbf{3.5} - 3 = 497$ ה $5 \cdot \mathbf{3\frac{2}{3}} - 3 = 497$

97 א 1 ב 10 ג 0.4 או $\frac{2}{5}$ ד 4.25

98 א 13 ב 6 ג 5.5

99 א 15 , 31 , 44 ב $4x + 3$

100 א 11 ב 20 ג 8 ד 9

לומדים (עמ' 24)

בקטע השיעור מודגשת החשיבות של הצבת **אותו ערך** מספרי בכל המקומות המיוצגים על-ידי אותו המשתנה **באותו הקשר**. בהמשך יודגש מצב שונה. האם במקום משתנים שונים חייבים להציב ערכים שונים?

משימות

נוסף על יישום של קטע השיעור, המשימות 101 – 105 מהוות הזדמנות לחישובים בעל-פה והקדמה לסדר פעולות שהתלמידים כבר שיננו בבית הספר היסודי.

101 חיסור וכפל המשתנה הוא x. **ב** 0 , 2 , 6 .

102 2 , 6 , 110 .

103 כתיבת שברים כמספרים עשרוניים. $\frac{7}{10} = 0.7$, $\frac{52}{100} = 0.52$.

104 **א** 24, 120, 29.25.

105 מתן שם לביטוי מאפשר תקשורת קלה יותר. בשלב זה לא השתמשנו הרבה באפשרות זו כדי לא להרבות באותיות. אפשר להמשיך לתת שם לביטוי על הלוח.
א $\mathbf{A} = 13$ **ב** $\mathbf{B} = 28$ **ג** $\mathbf{C} = 1$

לומדים (עמ' 25)

בסעיף זה מודגש כי משתנים שונים יכולים לקבל ערכים שונים או ערכים שווים. מומלץ להדגיש שוב כי **אותם המשתנים** חייבים לקבל **ערכים שווים**. כדי להבין היטב את העיקרון, יש לחזור ולדבר עליו שוב ושוב במהלך התרגילים השונים. כאשר משולבים בביטוי מספר משתנים, לפני שניגשים לתרגיל, יש לשאול אם אפשר להציב במקום שני משתנים שונים אותו ערך או לא. כאשר יש בתרגילים אותו משתנה מספר פעמים, יש לשאול אם במקום אותו המשתנה המופיע במקומות שונים, אפשר להציב ערכים שונים. בכיתות חזקות, אפשר לבחור שני ביטויים אלגבריים שונים שיש בהם אותו משתנה ($x^2 - 1$ ו- $2 \cdot x - 8$), ולשאול אם במקרה זה אפשר להציב שני ערכים שונים במקום ה- x. התשובה היא, כמובן, חיובית, ודוגמה זו מדגישה כי בתרגילים שונים אותה אות יכולה לקבל ערכים שונים.

משימות

חישוב ערך של ביטוי שמופיע בו יותר ממשתנה אחד, הוא שלב נוסף בהרגלי השימוש בביטויים אלגבריים.

106 בכיתות חלשות רצוי להרגיל את התלמידים לכתוב את ההצבה בצבע שונה. $3 \cdot 3 + 5 = 14$

מטרת משימה 107 היא להראות שערכי המשתנים אינם מוגבלים למספרים טבעיים או לשברים "קלים".

107 **א** 27 **ב** 6 **ג** 1.5 **ד** 6.3

108 $14 + 5 + 31 = 50$

109 **א** 300 **ב** 600 **ג** 7,000 **ד** 270

110 משימה פתוחה ויחסית קשה. דוגמאות לפתרונות:

א $a = b = 2.5$ $(a = 1 \quad b = 4)$ **ב** $a = 9 \quad b = 4$ **ג** $a = 5 \quad b = 10$

ד $a = 2 \quad b = 2.5$ **ה** $a = 10 \quad b = 2$ **ו** $a = 2 \quad b = 5$

111 **א** 15 **ב** 11.75 **ג** 10.25

112 **א** 13 **ב** 5 **ג** 10

ג.3. ביטויים שווים

<u>הערה</u>: למונחים "ביטויים שווים", "ביטויים שווי-ערך" ו"ביטויים שקולים" אותה משמעות. בתכנית הלימודים האחרונה משתמשים במונח "ביטויים שווים". כאן נלמד מונח זה, אך עדיף המונח "ביטויים שקולים" המצוין בשיעור. ההמלצה חשובה, כי בהמשך, בפתרון משוואה, קשה לדבר על מעבר ממשוואה ל"משוואה שווה", וטבעי לדבר על משוואה "שקולה". במושג "ביטויים שווים" כדאי להדגיש את ההבדל בין שני ביטויים השווים בכל ההצבות האפשריות (זהות) לבין שני ביטויים השווים רק בהצבות מסוימות (משוואה). נושא זה יידון בפרקים הבאים. לעתים שני ביטויים מתלכדים בתחום משותף, אף-על-פי שהם אינם שווים. דוגמה: הביטוי $\frac{x \cdot (x-1)}{x}$ והביטוי $x-1$. כמובן, אין לדון עם התלמידים במקרים אלה בשלב זה.

<u>מגלים (עמ' 26)</u>

בפעילות מחדדים את המושגים "ערכי משתנה" ו"ערכי הביטויים האלגבריים" ומדגימים את המשמעות של ביטויים שווים (שקולים). במהלך ביצוע ההכללה בסעיף 3 יש להשתדל להשתמש נכון במושגים אלו. במהלך הפעילות אפשר להעמיק ולשאול את התלמידים מדוע, לדעתם, ביטויים אלה הם ביטויים שווים (שקולים), והאם אפשר לדעת שאלה ביטויים שווים, לפני שמתחילים להציב ערכים שונים במשתנים.

<u>לומדים (עמ' 26)</u>

בהגדרת המושג "ביטויים שווים" יש לשים דגש על המילה "לכל". זאת אומרת שלכל ערך של משתנה, הערכים של הביטויים שווים. מומלץ לנהל דיון לגבי מה קל יותר להראות באמצעות בדיקת ערכים של ביטויים: שהביטויים שקולים או שהביטויים אינם שקולים. המסקנה שמגיעים אליה היא שהרבה יותר קל להראות שהביטויים אינם שקולים, כי דוגמה אחת של ערך משתנים שמביאה לערכי ביטוי שונים, מספיקה במקרה כזה. לעומת זאת אם רוצים להוכיח ששני ביטויים הם שקולים, חייבים לבדוק את כל הערכים האפשריים של המשתנה או להוכיח בדרך אחרת, שתילמד בהמשך.

<u>משימות</u>

מטרת המשימות 113 – 122 היא גם למנוע "קריאה חפוזה" של ביטויים, המובילה, על-פי רוב, לטעויות.

113 **א, ב, ד**

114 **א–ב**

115 **א** – 3, **ב** – 4, **ג** – 1, **ד** – 2

116 **א, ב, ג** בהצבת $a = 0$ ערך הביטוי הנתון הוא 0 וערך סעיף ד' הוא 3.

במשימות 117 – 118 עודדו את התלמידים להסביר מדוע יש כאן סיכוי של טעות (ביצוע הפעולות משמאל לימין שלא לפי סדר פעולות החשבון הנכון).

117 הטעות: חיבור 2 ו- 8.

118 הטעות: חיבור 1 ו- 2.

119 יש תלמידים החושבים שאם ערכי ביטויים שווים ב**שתי** הצבות, הביטויים שווים. מטרת המשימה היא למנוע טעות זו. אפס הוא איבר "בולע". אי-אפשר להגיע למסקנה זו, כי כל איבר כפול אפס הוא אפס ו- $2 \cdot 2 = 2^2$ הוא מקרה מיוחד.

120 **א** הביטויים מקבלים אותו ערך.

ב הביטויים מקבלים ערכים שונים.

ג הביטויים אינם שווי-ערך. הדבר מחזק את ההגדרה שביטויים הם שווי-ערך רק אם הם מקבלים אותו ערך לכל הצבה.

121 משימת יישום. הצבות ב' ו- ד' או הצבת כל מספר שונה מ- 0 ומ- 2 מראות שהביטויים אינם שווים.

122 הצבת כל מספר מתאים מראה שהביטויים אינם שווים. מומלץ להשתמש בלוח מחיק.

לומדים (עמ' 28)

בסעיף זה מוצגת אחת הדרכים להראות שוויון בין ביטויים: הסבר באמצעות סרטוט. הרעיון הוא שאם שני ביטויים שונים מתארים (בצורה נכונה) אותו מצב מתמטי, הביטויים שווים. המצבים המתמטיים יכולים להיות מגוונים ומתארים תחומים שונים. בהמשך יראו התלמידים דוגמאות למצבים השונים מתחומים שונים: התחום האלגברי והתחום הגאומטרי.

משימות

123 תלמידים למדו את הנוסחאות בבית הספר היסודי, והם יחזרו עליהן בפרק 2 (חוקי החילוף והקיבוץ של הכפל) ובפרק 3 (נפח התיבה) .

ד $(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{c})$ **ה** אורך × רוחב × גובה = רוחב × אורך × גובה = גובה × אורך × רוחב.

124 **א** $7 + \boldsymbol{x} + 7 + \boldsymbol{x} = 2 \cdot (7 + \boldsymbol{x}) = 2 \cdot 7 + 2 \cdot \boldsymbol{x}$ **ב** הם מתארים אותה עובדה. **ג** 20 24

125 רצוי להדגיש את יישומו של חוק הפילוג בבעיות הנדסיות. השטח הוא $\boldsymbol{c} \cdot (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})$ או $\boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{b}$.

125 הכללה של משימה 124. היקף המלבן הוא $2 \cdot (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})$ או $2 \cdot \boldsymbol{a} + 2 \cdot \boldsymbol{b}$.

לומדים (עמ' 29)

בחלק זה נתמקד בשיטות לקבלת ביטויים שווים על-ידי חוקים מתמטיים הקשורים לשברים.
בקטע שיעור זה חוזרים בקצרה על סכום שברים בעלי אותו מכנה ועל כתיבת מספר שלם כשבר.
מורים רבים מתלוננים שהתלמידים אינם יודעים להשתמש בשברים. חזרות על שברים אינן מופיעות בתכנית הלימודים, ולא מוקצות לכך שעות, לכן הוחלט "לשתול" את החזרות הנחוצות.

משימות

127 ביטוי ב'. נשתמש בשוויון זה בפרק הבא כדי להסביר חילוק סכום במספר.

128 ביטוי ג': צמצום שברים.

129 ביטוי ב': צמצום שברים.

130 א $\frac{b}{5}+\frac{4}{5}$ ב $\frac{b-1}{3}$ ג 6 ד b

131 ביטוי ג': קו שבר כפעולת חילוק.

מיומנויות עמ' 30

אסטרטגיות למציאת חוקיות בסדרות של מספרים ושל ציורים.

מוכנים להמשיך? עמ' 31

בדיקה עצמית **1.** ג **2.** ב **3.** א **4.** ג **5.** א **6.** ג **7.** ב **8.** ג

תרגילים נוספים עמ' 32

המשימות לצורך השלמה או לשיעורי בית.

132 אפשר לבקש מהתלמידים לתאר את הסדרה במילים. תיאור הסדרה מורכב מכמה מאפיינים. כל ציור הוא קו שבור פתוח. מספר הקטעים בכל ציור גדול ב- 1 ממספר הקטעים בציור הקודם; הקטעים הם לסירוגין במאוזן ובמאונך. לכל הקטעים אותו אורך, והקטעים המאונכים נמצאים על שני ישרים מקבילים. (חשוב לציין את המאפיין האחרון, כי בלעדיו היה אפשר לקבל סדרה של מדרגות.)

א האיבר הראשון הוא קטע מאוזן למעלה.

ב 

ג לא, בסדרה לא נוצרים מרובעים. סעיף זה בא להשלמת תיאור הסדרה, למקרה שהתלמידים לא ציינו את כיווני הקטעים.

133 במשימה זו דורשים כתיבת סדרה לפי אילוצים. בסעיף ב' רואים את החשיבות לקביעת האיבר הראשון.

א 53, 45 **ב** ...‚ 34, 26, 18, 10, 2 **ג** 10 **ד** 18

134 משימה פתוחה. אפשר להתחיל בכל מלבן. לדוגמה, אם מתחילים במלבן ששטחו 4 יחידות שטח, השטחים הם 4, 8, 16, 12, 20 יחידות שטח.

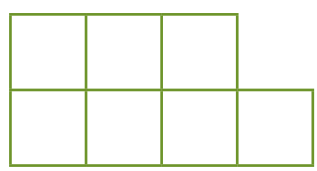
135 השאלה מצריכה דיון. אפשר להתייחס לסדרה מנקודות מבט שונות: זוגיות ספרת היחידות, הפרש של 4 בין שני איברים סמוכים, חילוק כל איבר ב- 4 נותן 2 כשארית.

א 2 **ב** כל מספר בסדרה גדול מקודמו ב– 4. **ג** 26. 26 גדול מ- 22 ב- 4.

ד כן, ספרות היחידות יוצרות סדרה מהדגם ...2, 6, 0, 4, 8 החוזר על עצמו.

136 443, 450, 457, 464, 471, 478, 485, 492, 499, 506, 513, 520. המספר 436 אינו מספר בסדרה, משום שבסדרה יש רק 12 איברים. אילו היו יותר איברים, הוא היה איבר בסדרה.

137 חקירת סדרת סרטוטים המקשרת בין גאומטריה לבין תכונות המספרים הזוגיים. במקומות זוגיים מופיעים מספרים זוגיים, כלומר מלבנים.

א 

ב–ג מספר זוגי מיוצג כמלבן.

ד אם הערך של n הוא מספר המקום, מספר הריבועים הוא $n + 2$.

בסעיפים ה'– ז' מקשרים בין מספר הריבועים בסרטוט, שטח הסרטוט ומקום בסדרה.

ה 5, 7, 12, יחידות שטח.

ו שטח הציור גדול ממספר הציור ב- 2.

ז בציור ה- 80 יש 82 ריבועים.

ח כל מספרי המקום הזוגיים מתאימים.

138 הסדרה היא סדרת פיבונצי. כל איבר מהאיבר השלישי הוא סכום של שני האיברים הקודמים לו.

ב כדי שסכום שני מספרים יהיה זוגי, שני המספרים צריכם להיות זוגיים, או שניהם צריכים להיות אי-זוגיים. סכום מספר זוגי ואי-זוגי הוא תמיד מספר אי-זוגי. מאחר ששני האיברים הראשונים הם אי-זוגיים, סכומם (האיבר השלישי) הוא מספר זוגי. האיבר הרביעי (סכום האיבר השני והשלישי) הוא מספר אי-זוגי (סכום מספר אי-זוגי ומספר זוגי). גם האיבר החמישי הוא מספר אי-זוגי (סכום מספר זוגי ואי-זוגי). הדגם של שני מספרים אי-זוגיים ואחריהם מספר זוגי חוזר על עצמו. כדי שיהיו שני איברים סמוכים שהם מספרים זוגיים, גם האיברים לפניהם ואחריהם צריכים להיות מספרים זוגיים.

139 סדרה הדומה לסדרת פיבונצי. כל איבר בסדרה (פרט לשני האיברים הראשונים) הוא סכום של שני האיברים הקודמים לו. 42, 68, 110.

140 סדרה באילוצים (הבנת הנקרא).

א 36, 42, 48, 54, 60 **ב** $\square + 2 \cdot 6$ **ג** $\square + 4 \cdot 6$ **ד** $\square - 6$ **ה** $\square - 3 \cdot 6$

141 סדרה באילוצים (הבנת הנקרא).

א 97, 95, 93, 91, 89, 87, 85, 83, 81, 79... **ב** ☺ $- 2 \cdot 2$

ג ☺ $- 4 \cdot 2$ **ד** ✡ $- 6 \cdot 2$ **ה** ✡ $- 8 \cdot 2$

142 **א** במקום השני $\boldsymbol{a} = 4$. **ב** במקום השישי $\boldsymbol{a} = 12$. **ג** $\boldsymbol{a} = 22$ **ד** $\boldsymbol{a} = 3 \cdot 2$

ה $\boldsymbol{a} = 5 \cdot 2$ **ו** ערך האיבר הבא אחרי $\boldsymbol{a}$ גדול מהערך של $\boldsymbol{a}$ ב- 2.

ז ערך האיבר $\boldsymbol{a}$ הוא גדול ממקומו בסדרה פי שניים, לכן הוא שווה ל- 28. $(14 \cdot 2)$.

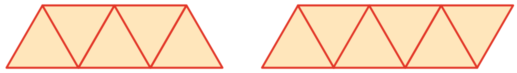
143 כתיבת סדרה שנתון הקשר בין איבר לבין מקומו בסדרה.
33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42.

144 היבטים שונים של קשרים בסדרה.

א כל איבר גדול מהאיבר הקודם ב- 0.5. **ב** האיברים הבאים: 4.5, 5, 5.5.

ג 6.5 **ד** במקום $\boldsymbol{n}$ ערך האיבר הוא $0.5 \cdot \boldsymbol{n} + 1$.

145 קיימות אפשרויות שונות לתאר את הסדרה של הציורים.

א 

ב בכל איבר נוסף משולש (או שני קטעים), כאשר הוא עומד בצורה הפוכה מהמשולש האחרון שהתווסף.

ג מספר המשולשים שווי-הצלעות שווה למספר הציור בסדרה.

ד

מיקום האיבר בסדרה	7	6	5	4	3	2	1
מס' הקטעים המרכיבים את האיבר	15	13	11	9	7	5	3

ה $2n + 1$. אפשרות נוספת: מספר הקטעים באיבר שווה למיקום האיבר + המספר העוקב.

146 חזרה על אוצר המילים של פעולות חשבון ועל שימוש במשתנים. מומלץ לבקש מכל תלמיד לענות על סעיף בתורו.

א $\frac{2}{3} + a$ **ב** $b - 1$ **ג** $\frac{2}{3} - c$ **ד** $y \cdot \frac{2}{3}$

ה $\frac{d}{5}$ **ו** $7 \cdot 4 \cdot t$ **ז** $v \cdot 100 \cdot 3$ **ח** $100 - 6 \cdot k$

ט $h + h - 3$ **י** $s + (s - 3)$ **יא** $t \cdot (t - 3)$ **יב** $\frac{m}{m - 3}$

147 שאלה פתוחה. מומלץ לדון בהצעות התלמידים.

148 **ג** דוגמאות: $5 + 4 \cdot a$ **ד** החוקיות היא 5 ועוד המכפלה של מספר מסוים ב- 4

ה דוגמאות: $5 + 4 \cdot 2$, $5 + 4 \cdot 6$, $5 + 4 \cdot 9$.

149 יש כמה אפשרויות. דוגמה: $6 + b : 2$.

150 במשימה זו יש שימוש במשתנה בשאלות מילוליות במצב מוכר לתלמידים.

א 78 **ב** 85 **ג** 80 **ד** 73 **ה** $a + 10$ **ו** $b - 10$

ממשיכים בתרגול עמ' 36

151 חוקיות מסוג אחר. האיברים בסדרה אינם ריבועים "בודדים". כל איבר בסדרה מורכב מכמה ריבועים. אפשר לפרק את הסדרה באופנים שונים. **צורה ד' היא הצורה המתאימה.**

152 העיקרון הוא להשתמש בחילוף סיבובי (פרמוטציה).

○	□	△
△	○	□
□	△	○

153 הכנה לפונקציות.

א 23. **ג** הערך של איבר שווה למיקומו בסדרה א' ועוד 3. **ד** $a + 3$. **ה** 3. **ז** $b - 3$.

ח שני הביטויים מתארים את החוקיות של הסדרה. הביטוי בסעיף ד' מתאר איבר בציר ב' בעזרת משתנה בציר א' והביטוי בסעיף ז' מתאר איבר בציר א' בעזרת משתנה בציר ב'.

154 קשר בין ביטויים ועולם המדידות.

א $7 \cdot n$ **ב** $1{,}000 \cdot r$ **ג** $100 \cdot h$ **ד** $0.001 \cdot f$ **ה** $10{,}000 \cdot m$

155 המשחק מעודד אסטרטגיות חישוב ומעמיק את השליטה בלוח הכפל.

156 **א** אפשרות: בדקנו את הקשר בין 80 ל- 320, ולפי מה שמצאנו, המשכנו לבדוק את יתר המספרים.

ב 20, 5, 1.25.

ג 6,380 לא יכול להיות איבר בסדרה. 5,120 קטן מ- 6,380 ואין נקודות לפני 5,120 המציינות שנמצאים באמצע סדרה. המספר 30 לא יכול להיות איבר בסדרה. בין האיבר 80 לאיבר 20 אין איברים נוספים. בנוסף 30 אינו מתחלק ב- 4, כל יתר איברי הסדרה מתחלקים ב- 4.

157 מטרת המשימה היא להכין את התלמידים לניסוח תכונות גאומטריות על-ידי ביטויים אלגבריים.

א $b + c > a$, $a + c > b$, $a + b > c$; **ב** כן, בגאומטריה.

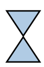
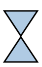
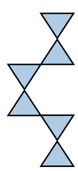
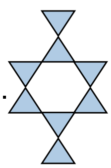
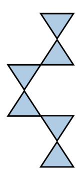
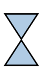
158 $(r + r + r + 2) : 3$

159 **א** $10 \cdot b + a$ **ב** $10 \cdot b + a + 1$ **ג** $10 \cdot b + a - 1$

160 במשימה זו מובא שימוש של סדרה בשאלות מילוליות. התלמידים בונים ביטוי אלגברי.
בסעיפים א'–ב' בודקים את הבנת הנתונים.

א 12. **ב** 8. **ג** למחרת $m + 2$, מחרתיים $m + 4$. **ד** $m - 2$.

161 התלמידים יכולים להשתמש באמצעי המחשה (גפרורים או מקלות) במשימה 2.
אפשר לפתור משימה זו בדרכים שונות. לפניכם מספר דרכים.

- כל ציור מורכב משלוש שורות: שורה עליונה של  , שורה אמצעית של   ושורה תחתונה של  .
- כל ציור מורכב מדגם זה  מספר פעמים, כמספר הציור בסדרה פחות 1. הדגם הנותר הוא  .
- כל ציור מורכב מדגם זה  מספר פעמים, כמספר הציור בסדרה. מוסיפים בסוף  .

א 26.

ב אם המספר a הוא מספר המשולשים בציור נתון, הביטוי $a + 6$ הוא מספר המשולשים בציור הבא.

ג אם המספר b הוא המיקום בסדרה, הביטוי $2 + 6 \cdot b$ הוא מספר המשולשים בציור המתאים למיקום זה.

162 **ד** 28 מלבנים.

ה הסבר אפשרי: אפשר לרשום אות בתוך כל מלבן קטן, לרשום את כל המלבנים הבנויים מ- 2 מלבנים קטנים, מ- 3 מלבנים, וכן הלאה.

ו 36 מלבנים.

G	F	E	D	C	B	A

מלבן 1 **סעיף א'**	2 מלבנים **סעיף ב'**	3 מלבנים **סעיף ג'**	4 מלבנים	5 מלבנים	6 מלבנים	7 מלבנים
A, B ,C ,D, E,F,G	AB,BC,CD, DE, EF,FG	ABC, BCD, CDE,DEF , EFG	ABCD, BCDE, CDEF, DEFG	ABCDE, BCDEF, CDEFG	ABCDEF, BCDEFG	ABCDEFG
7	6	5	4	3	2	1

163 תלמידים יכולים לעבוד בניסוי וטעייה או לערוך טבלה של כל האפשרויות ולבחור את האפשרויות המתאימות. הם יכולים לומר מראש כי מאחר ש- 31 הוא מספר אי-זוגי, יש מספר אי-זוגי של שרפרפים.

מס' השרפרפים	מס' הכיסאות
1	7
3	לא מתאים, 22 אינו מתחלק ב- 4.
5	4
7	לא מתאים, 10 אינו מתחלק ב- 4.
9	1