8. כפל וחילוק של מספרים מכוּוָנים

רקע

בפרק ז' למדו התלמידים את הכללים החלים על פעולות החיבור והחיסור במספרים מכוונים.
בפרק זה התלמידים לומדים את הכללים החלים על פעולות הכפל והחילוק של מספרים מכוונים.
להוראת שני הנושאים היבטים משותפים והבדלים משמעותיים.

היבטים משותפים:

- התוצאה של כפל או של חילוק במספרים מכוונים היא מספר מכוון. כמו בתוצאה של חיבור או של חיסור במספרים מכוונים, יש לציין את הגודל של התוצאה ואת סימנה.
- הכללים החלים על פעולות החיבור והחיסור של מספרים מכוונים הם החוקים החלים על חיבור ועל חיסור של מספרים טבעיים. עקרון עקביות זה חל גם על פעולות הכפל והחילוק של מספרים מכוונים.
- הוראת כפל וחילוק של מספרים מכוונים, בדומה להוראת חיבור וחיסור במספרים מכוונים, מתבססת על פעולות הפוכות ועל מספרים נגדיים. נוסף על כך, היא מתבססת על התכונות של כפל ב- 1-.
- הגודל של מכפלה או של מנה הוא הגודל של הכפל או של החילוק של הגורמים. בדומה לכך, הגודל של סכום מספרים מכוונים מבוסס על סכום או על הפרש של הגדלים של המחוברים.

הבדלים:

חיבור וחיסור	כפל וחילוק
משמעות הפעולות חיבור וחיסור אינה משתנה במעבר ממספרים טבעיים למספרים מכוונים.	משמעות הכפל כסכום מחוברים זהים נשמרת כשמדובר במכפלה של מספר חיובי במספר שלילי. דוגמה: $3 \cdot (-2) = (-2) + (-2) + (-2)$. משמעות זו אינה נשמרת כשמדובר במכפלה של מספר שלילי במספר חיובי.
הכללים הנוגעים לחיבור ולחיסור הם יחסית אינטואיטיביים.	הכללים הנוגעים לכפל ולחילוק של מספרים מכוונים אינם אינטואיטיביים כלל. זמן רב הם היו מקור להתנגדות להכרת המספרים המכוונים ("איך ייתכן שכאשר מכפילים חוב בחוב מקבלים זכות?")
אפשר להמחיש חיבור וחיסור של מספרים מכוונים באופנים שונים (ציר המספרים, ציר הזמן, הכנסות והוצאות).	קשה להמחיש את כלל הסימנים על-ידי מודל פשוט.

כמו בהוראת כל מושג חדש, הכרחי שהמושג יהיה משמעותי בעיני התלמידים. לנוכח הניתוח הנ"ל הוחלט לעשות זאת כאן בשתי דרכים.

א יוצגו מצבים שונים, סביבתיים או פורמליים, המתארים מכפלה של מספרים מכוונים.

ב ייעשה שימוש בעקרון העקביות, כלומר עונים על השאלה: "מה צריכה להיות התוצאה של מכפלה של מספרים מכוונים כדי לשמור על חוקי הפעולות?"

עקרון העקביות הוא ההצדקה היחידה של כלל הסימנים. הוחלט להראות לתלמידים איך המתמטיקאים קבעו את הכללים, על-ידי דוגמאות מספריות, ולא על-ידי הכללה אלגברית, כי בשלב זה הם עדיין אינם שולטים מספיק בטכניקות אלגבריות. בנוסף על כך, הצדקה זו נראית להם "טריקית" מדי.
ההסברים מתאימים יותר לתלמידים החזקים, והם חשים איך עובדים המתמטיקאים.
אם קוראים את ההסברים בכיתה, מומלץ לעשות זאת בסיכום קטע השיעור השני, ולא הראשון, כי סימן המכפלה של שני מספרים שליליים הוא הסוגיה הבעייתית ביותר בהוראת הנושא.

נוסף על הקושי להפנים את כלל הסימנים, קיימים קשיים נקודתיים יותר:

- תלמידים רבים מתבלבלים בין המושג "מספר נגדי למספר" לבין המושג "מספר הופכי למספר";
- כאשר מופיעים משתנים בכפל או בחילוק, אחת הטעויות הנפוצות היא לחשוב שכל המשתנים הם מספרים חיוביים, כי לא רואים את הסימן $(-)$;
- במכפלה של גורמים ובשברים התלמידים אינם מבינים איפה יש לשים את הסימן $-$.

<u>הערה</u>: אנו משתמשים בשני המונחים הנפוצים בארץ *חוק הסימנים* ו*כלל הסימנים*.
בפרק זה התלמידים לומדים לפתור משוואות פשוטות הכוללות כפל וחילוק (מדור ה'). בהדרגה הם עוברים למשוואות שיש בהן שתי פעולות מסוגים שונים: חיבור או חיסור; כפל או חילוק. תחילה לומדים לפתור משוואות מהסוג $\boldsymbol{a \cdot x = b}$ ($\boldsymbol{a}$ מספר שלם ושונה מ- 0) ומהסוג $\boldsymbol{x : a = b}$ ($\boldsymbol{a}$ מספר שלם ושונה מ- 0). לאחר מכן עוברים למשוואות שיש בהן שברים, מהסוג: $\boldsymbol{a \cdot x = b}$ ($\boldsymbol{a}$ הוא שבר ושונה מ- 0). לבסוף עוסקים במשוואות מהסוג $\boldsymbol{a \cdot x + b = c}$.
השיטות לפתור משוואות דומות לשיטות לפתירת משוואות של חיבור וחיסור, שנלמדו בפרק ז':
פעולה ההפוכה או תכונות השוויון.
כמו בכל פרקי המשוואות, גם בפרק זה משולבים פתרון משוואה מסוג מסוים ושאלות מילוליות שפתרונן דורש פתירת משוואות מסוג זה.
התלמידים כבר מכירים את סוגי השאלות האלה, ותאורטית יש להם הכלים האריתמטיים לפתור אותן. הפרק מבוסס על ידע נוסף שנרכש בפרקים הקודמים, כגון: ידע בארבע הפעולות במספרים מכוונים, ידע שהם רכשו בתרגום ה"מילון" – כגון: סכום, הפרש, מכפלה ומנה – ושילובם בתרגומים מורכבים, ידע שהם רכשו בשברים ובתכונות ה- 0 וה- 1, וידע שהם רכשו במעבר לביטויים שקולים על-ידי פעולות מותרות.
כל הידע הזה מאפשר להעלות בהדרגה את רמת השאלות ואת גיוונן. שילוב השאלות המילוליות בפרקי פתרון המשוואות נעשה באופן הדרגתי. בפרק ז', העוסק בפתרון משוואות של חיבור וחיסור, הבעיות ניתנות לפתרון גם בדרך חשבונית, ולאו דווקא בדרך אלגברית, והתלמידים יכולים לפתור אותן כפי שהם פתרו בעבר. בפרק זה קשה לפתור את הבעיות המורכבות משתי פעולות, ללא הדרך האלגברית. לכן יש לחזור וללמוד את מיומנות פתרון הבעיות בדרך זו. פרק י"א יעסוק במשוואות מורכבות יותר, ושם יהיו שיעורים שיעסקו בעיקר בפתרון שאלות מילוליות.
המשוואות והבעיות הניתנות בפרק מחזקות מיומנות בפעולות בשברים ובמספרים מכוונים.
בפתרון משוואות עולים כמה קשיים:

- התלמידים פותרים בפרק זה משוואות בשני שלבים, כמו חיבור וכפל, והיכולת לפתור אותן בעל-פה, כפי שעשו בעבר קשה, בעיקר משום שהם נדרשים לדרך פורמלית ולסדר כתיבה מפורט, דבר שעלול להיות קשה להם;

- תרגום של שאלות מילוליות הדורש פתרון של שתי פעולות למשוואה, קשה יותר מתרגום של שאלה מילולית שבה נדרש פתרון על-ידי בניית משוואה פשוטה, שיש בה פעולה אחת.

מבנה הפרק

מדור א. כפל מספרים מכוונים

א. 1 כפל מספרים שוני-סימן

א. 2 כפל מספרים בעלי אותו סימן

מדור ב. תכונות הכפל במספרים מכוונים

ב. 1 כפל ב- (-1)

ב. 2 חזקה שהמעריך שלה טבעי ובסיסה מספר מכוון

מדור ג. חילוק מספרים מכוונים

מדור ד. פתרון של תרגילי שרשרת במספרים מכוונים

מדור ה. משוואות של כפל ושל חילוק

ה. 1 משוואות מהסוג $a \cdot x = b$

ה. 2 משוואות מהסוג $a \cdot x + b = c$

מושגים ומונחים

מספרים מכוונים, מספר חיובי, מספר שלילי, מספרים שווי-סימן, מספרים שוני-סימן, כפל, חילוק, גורמים, מכפלה, מנה, חיבור, מחוברים, סכום, גדול פי, חוק החילוף של הכפל, חוק הקיבוץ של הכפל, מספרים נגדיים, ביטויים שקולים, מספרים הופכיים, תרגיל שרשרת, חזקה, ממוצע, משוואות שקולות, פעולות מותרות, פעולה הפוכה, בידוד הנעלם, תכונות השוויון, בדיקה על-ידי הצבה, פתרון שאלה מילולית, סוגי פתרון: אין-סוף פתרונות, פתרון יחיד, אין פתרון.

מטרות

התלמידים ידעו:

א לפתור תרגיל כפל של שני מספרים מכוונים;

ב למצוא את הגודל של מספר מכוון;

ג להסביר את דרך הביצוע של תרגיל כפל של מספרים מכוונים (גודל וסימן המכפלה)

ד לכפול שני מספרים הופכיים

ה להסביר כיצד מבצעים חילוק של שני מספרים מכוונים, בעזרת המושג *פעולות הפוכות*;

ו לפתור תרגיל חילוק של שני מספרים מכוונים;

ז להשתמש בחוק החילוף ובחוק הקיבוץ של הכפל במספרים מכוונים לפי הצורך;

ח למצוא את הסימן של המכפלה בתרגילי שרשרת של כפל;

ט לפתור תרגילי שרשרת של כפל;

י להציב מספרים מכוונים בביטוי אלגברי;

יא לחשב את הערך של ביטויים אלגבריים בהצבת מספרים מכוונים;

יב לחשב ממוצע של מספרים מכוונים.

יג לפתור משוואות של כפל וחילוק במספרים שלמים ובשברים;

יד לפתור משוואות של כפל וחילוק הכוללות מספרים מכוונים;

טו לפתור משוואות המורכבות משתי פעולות;

טז למצוא את הנעלם או את ה"מבוקש" בבעיות המילוליות ולסמנו באות;

יז לבנות משוואה לפי נתונים מילוליים;

יח למצוא את הפעולות המתאימות המקשרות בין הנתונים בשאלה מילולית;

יט לבדוק את הפתרון של משוואה או של שאלה מילולית על–ידי הצבה.

אביזרים

לוח מחיק

השיעור בספר הלימוד

מגלים ולומדים עמ' 389

א. כפל מספרים מכוונים

א.1. מספרים מכוונים: מבוא

מגלים (עמ' 389)

שאלה זו מתייחסת להיבט הכפל כחיבור חוזר.

אחרי שמזכירים את המשמעות של מכפלת שני מספרים חיוביים כחיבור חוזר (סעיף א'), מכוונים את התלמידים לכלל של מכפלת שני מספרים מכוונים בעלי סימנים שונים.

בשני המצבים המיוצגים הגורם הראשון הוא אותו מספר חיובי (4 פעמים).

באיור א' הגורם השני הוא חיובי, מקרה מוכר לתלמידים. באיור ב' הגורם השני הוא שלילי, מקרה שאינו מוכר לתלמידים.

לומדים (עמ' 389)

מומלץ לסכם את פעילויות הגילוי באמירה ובכתיבה של הכללים.

1. המכפלה של שני מספרים חיוביים היא מספר חיובי, השווה למכפלת הגדלים של המספרים הנתונים.
2. מכפלת שני מספרים שאחד מהם הוא מספר שלילי והאחר הוא מספר חיובי, היא מספר שלילי.
   הגודל של המכפלה שווה למכפלת הגדלים של הגורמים.

כאמור ברקע, כדאי שהתלמידים יקראו בבית את סוף השיעור כדי לדון בו בכיתה בשיעור הבא.

בהסבר מופיעים תכונות ה- 0, חוק החילוף וחוק הפילוג. החוקים הללו קיימים גם לגבי המספרים השליליים.
רצוי לקרוא קטע זה עם התלמידים.

משימות

משימות 1 ו- 2 הן משימות יישום של הכללים שלמדו עד כה. יש להקפיד על דרך הפתרון כפי שמוסבר בדוגמאות. המספרים הם מלוח הכפל, לכן מומלץ לפתור את התרגילים בעל-פה.

3 לתלמידים שאינם זוכרים כפל מספרים עשרוניים, יש להזכיר כיצד כופלים.

א -5.4 **ב** -4.8 **ג** -29.4 **ד** -0.8 **ה** -2.2 **ו** -72 **ז** 9 **ח** -9.9

4 כאן חוזרים על תכונות 0 ו- 1. התלמידים למדו תכונות אלה במספרים טבעיים.
במספרים מכוונים התכונות זהות לאלה שבמספרים טבעיים.

5 אחרי מציאת השוויונות שמתקיימים מומלץ לדון בשאלה מדוע השוויונות האחרים אינם מתקיימים (בעיקר תרגיל ו').

6 שאלה מילולית שפותרים על-ידי כפל מספרים מכוונים. על התלמידים לזכור שהביטוי "פי .... יותר" והביטוי "גדול פי" מסמנים פעולת כפל. עלתה השאלה אם צריך לדבר על עומק של (-500) מטר, כי המילה "עומק" עצמה "מתורגמת" בצורה אינטואיטיבית ובטעות כגודל שלילי. לפיכך תלמידים עלולים לחשוב על (-500)-! עקרונית, ההקשר הסביבתי מונע זאת.

7 **א** -7 **ב** -5.5 **ג** 0 **ד** -34 **ה** -0.6 **ו** 0
ז -3.63 **ח** -3 **ט** $-\frac{1}{5}$ **י** -5.4 **יא** -6 **יב** -5

8 $12 \cdot (-150) = -1{,}800$

9 בכל ק"מ הטמפרטורה יורדת ב- 6.5 מעלות, לכן ב- a ק"מ הטמפרטורה תרד ב- $6.5 \cdot a$.
מאחר שהטמפרטורה על-פני כדור הארץ היא 15 מעלות, נקבל: $15 - 6.5 \cdot a$.

10 **ב** המספרים יורדים ב- 1. **ג** המספרים יורדים ב- 3. **ד** -9, -6, -3. **ה** חיובי. **ו** שלילי.

א.2. כפל מספרים בעלי אותו סימן

מגלים (עמ' 392)

כפל של שני גורמים שהם מספרים שליליים הוא סוגיה "מוזרה" בעיני התלמידים (ולא רק בעיניהם). הפעילות שהאופי שלה סביבתי מובילה את התלמידים למסקנה שמכפלה של שני מספרים שליליים היא מספר חיובי.
קשה למצוא ייצוג פשוט להסבר פתרון של מכפלה של שני מספרים שלילים.
הוחלט לייצג את אחד מגורמי המכפלה על-ידי ציר המספרים כמו בהצגה מסורתית של מספרים מכוונים, והגורם השני מיוצג על-ידי הזמן. מספר חיובי מייצג את העתיד (בעוד שלושה שבועות), ומספר שלילי מייצג את העבר (לפני שלושה שבועות). ייצוג זה מקשר את הנושא לניסיון שיש לתלמידים. בתרגילים המתאימים למסלולי הצב, הנמלה והחילזון עסקו התלמידים בשיעור הראשון. התלמידים אמורים להבין כעת, ששני גורמי

המכפלה הם שליליים: (-3), כי החיפושית נעה בניגוד לכיוון החץ; ו- (-4), כי מדובר ב"לפני **4** דקות".
מניתוח המצב עולה התשובה $+12$. וודאי שאין לדרוש מהתלמידים נימוק פורמלי.

לומדים (עמ' 392)

כאמור, כלל הסימנים מבוסס על עקרון העקביות. בחלק הראשון של השיעור מסבירים למה מכפלה של שני מספרים שליליים היא מספר חיובי, על-ידי חישוב המבוסס על שמירת חוק הפילוג, על הגדרת מספרים נגדיים ועל תכונת ה- 0. מומלץ לחזור על החישוב על הלוח ולהשתמש בצבעים.

מהי תוצאת התרגיל: $(-3) \cdot (-4) = \ ?$

$$(-3) \cdot \mathbf{0} = (-3) \cdot \mathbf{[(-4) + 4]} = 0$$

$$\mathbf{(-3) \cdot [(-4)} + 4] = \underline{\mathbf{(-3) \cdot (-4)}} + \underline{(-3) \cdot 4} = 0$$

$$? + \underline{(-12)} = 0$$

המספר במקום ה– ? הוא המספר הנגדי ל- (-2), לכן $(-3) \cdot (-4) = +12$.

בחלק השני של השיעור מסכמים את השיעורים **א.1** ו- **א.2** וכותבים במחברת את הכלל של הסימנים.
גם אם תלמידים לא משוכנעים בהצדקת כלל הסימנים, צריך להעביר את המסר שיש חשיבות לשינון הכלל, כך שהוא יהפך לקניין לכל החיים!

משימות

11 **ב** יורדים ב- 1 לאורך הסדרה. **ג** ההמשך 4, 8, 12, 16. **ד** עולים ב- 4 לאורך הסדרה. **ו** חיובי.

משימות 12 – 14 הן שינון של כלל הסימנים. אפשר לעבוד בעל-פה כאשר כל תלמיד פותר תרגיל בתורו.

15 שעשוע שפה: החבר שלי חיובי, לכן חיובי כפול חיובי – תוצאה חיובית. האויב שלי שלילי, לכן שלילי כפול שלילי – תוצאה חיובית. לכן האויב של האויב שלי הוא חבר שלי.
חיובי כפול שלילי או שלילי כפול חיובי – התוצאה שלילית. לכן האויב של חבר שלי הוא אויב שלי, וכן החבר של האויב שלי הוא אויב שלי.

16 חוקי 0 ו- 1 במספרים מכוונים. התלמידים ייווכחו שהתכונות של 0 ו- 1 חלות גם על מספרים מכוונים.

17 **א** שלילית, כיוון שהמכפלה היא של שני גורמים שוני-סימן.
ב חיובית, שני הגורמים חיוביים, לכן מכפלתם חיובית.
ג שני הגורמים שליליים, לכן מכפלתם חיובית.
ד התוצאה היא 0, כי אחד הגורמים הוא 0.

18 **ג** כיוון שתוצאתו אינה 2 כנדרש, אלא -10 .

19 **א** נגדי. **ב** הופכי. **ג** נגדי. **ד** הופכי. **ה** הופכי. **ו** הופכי **ז** נגדי.

20 **א** $=$ **ב** $>$ **ג** $=$ **ד** $<$ **ה** $<$ **ו** $=$

21 **א** יגדל ב- 12 ק"ג. **ב** היה קטן ב- 12 ק"ג.

22 שאלה מילולית הממחישה שניים מכללי הכפל של מספרים מכוונים. מסמנים ירידה במשקל במספר שלילי (3-).

- מכפלת מספר חיובי במספר שלילי היא מספר שלילי: בעוד 4 שבועות (4+) הלוויתן ישיל מעליו 12 ק"ג $(-3) \cdot 4 = -12$.
- מכפלת מספר שלילי במספר שלילי היא מספר חיובי : לפני 4 שבועות (4-) היה משקל הלווייתן גדול יותר ב- 12 ק"ג. $(-3) \cdot (-4) = 12$

23 בדרך כלל תלמידים מתקשים מנסים את כל הסימנים עד לקבלת התוצאה הרצויה. אסטרטגיה זו מוצדקת בסעיף ג' הקשה יותר, אך בסעיפים האחרים (כפל, כפל וחיבור) יש להמליץ לתלמידים להתמקד בקביעת הסימן, ולא בחישובים.

24 **א** לתלמידים מתקשים אפשר להמליץ להציב במקום האות מספרים חיוביים או שליליים ולענות על השאלה.

ב כמו במשימה 15 גם כאן המטרה היא להעלות למודעות שמשתנה יכול להיות מספר חיובי או מספר שלילי אף-על-פי שלא רואים את הסימן (−). במקרה זה המספר m הוא שלילי.

25 שילוב מיומנויות: קריאת טבלה, דרכי הצבה, חישובים ושליטה בכלל הסימנים.

26 שאלת חקירה. אפשר לפתור את השאלה על-ידי דוגמאות. נדרשת חזרה על מה שנלמד בבית הספר היסודי. (בכפל של שני מספרים חיוביים, אם אחד מהגורמים קטן מ- 1, המכפלה קטנה מהגורם השני.)
מסקנה אחת מידית : אם a ו- b מספרים שליליים, המכפלה החיובית $a \cdot b$ גדולה מכל אחד מהגורמים.
אפשר לסכם את יתר המקרים בטבלה.

ב. תכונות הכפל במספרים מכוונים

ב.1. כפל ב- (1-)

מגלים (עמ' 396)

מטרת שיעור זה היא להביא למודעות התלמידים את התפקיד של (1-) במספרים מכוונים, ואת ההשלכות של תפקיד זה על כתיבת ביטויים, בעיקר שברים. לדוגמה, מדוע $-\frac{4}{5} = \frac{-4}{5}$?
הסוגיות שעולות בפעילויות הגילוי ובשיעור מפתחות את התובנות המספרית והאלגברית. למרות ההיבט ה"יבש" של השיעור מומלץ לדון בנושא עם תלמידים חלשים כדי למנוע שגיאות בעתיד.

1 מטרת הפעילות היא להגיע למסקנה שהתוצאה של כפל מספר ב- (1-) היא הנגדי של המספר.
מומלץ לציין מסקנה זו לפני ביצוע הפעילות השנייה.

2 מסלול אפשרי של הבדיקות:
א' ו–ב' שקולים: תוצאה של כפל מספר ב- (1-) היא הנגדי של המספר. (המספר הוא הביטוי $a + b$.)
ב' ו- ג' שקולים לפי חוק הפילוג. המסקנה: א', ב' ו- ג' שקולים לפי תכונת העברה של השוויון.
ג' ו- ד' שקולים: כפל מספרים מכוונים. המסקנה: א', ב', ג' ו- ד' שקולים לפי תכונת העברה של השוויון.
ד' ו- ה' שקולים: מספר הוא חיבור הנגדי שלו. המסקנה: א', ב', ג', ד' ו- ה' שקולים.

לומדים (עמ' 396)

בשיעור מסוכמות התכונות של כפל ב- (-1) ומובלטות כמה מההשלכות של תכונות אלה.

- תוצאת המכפלה של מספר נתון ב- (-1) היא המספר הנגדי למספר הנתון.
- הנגדי של הנגדי של מספר הוא המספר עצמו.
- הנגדי של סכום הוא סכום המספרים הנגדיים למחוברים.

משימות

27 כאן נדרש דיון. התלמידים מתבקשים ליישם את הנלמד באופן פורמלי.

א $(-a) \cdot b = -a \cdot b$ כי $(-a) \cdot b = (-1) \cdot a \cdot b = (-1) \cdot (a \cdot b) = -a \cdot b$

השלב הראשון: $(-a)$ הוא הנגדי של a, שאפשר לכתוב כמכפלה של a ב- (-1).

השלב השני: חוק הקיבוץ חל על כפל מספרים מכוונים.

השלב השלישי: התוצאה של כפל מספר ב- (-1) היא הנגדי של המספר.

ב $a \cdot (-b) = -a \cdot b$ כי $a \cdot (-b) = a \cdot (-1) \cdot b = (-1) \cdot a \cdot b = -a \cdot b$

השלב הראשון: $(-b)$ הוא הנגדי של b, שאפשר לכתוב כמכפלה של b ב- (-1).

השלב השני: חוק החילוף חל על כפל מספרים מכוונים.

השלב השלישי: התוצאה של כפל מספר ב- (-1)היא הנגדי של המספר.

ג $-a \cdot (-b) = a \cdot b$ כי $-a \cdot (-b) = a \cdot b = (-1) \cdot a \cdot (-1) \cdot b = (-1) \cdot (-1) \cdot a \cdot b$

השלב הראשון: $(-a)$ הוא הנגדי של a, שאפשר לכתוב כמכפלה של a ב- (-1), ו- $(-b)$ הוא הנגדי של b, שאפשר לכתוב כמכפלה של b ב- (-1) .

השלב השני: חוק החילוף חל על כפל מספרים מכוונים.

השלב השלישי: $(-1) \cdot (-1) = 1$.

28 לתלמידים מתקשים אפשר להמליץ על דוגמה מספרית, לפני שמגיעים להכללה שהמספרים נגדיים, ומכפלתם היא מספר שלילי.

29 אפשר להיעזר בחוק הפילוג. דוגמה:

א $(-2.5) \cdot 13 + (-2.5) \cdot 27 = (-2.5) \cdot (13 + 27) = (-2.5) \cdot 40 = (-100)$

30 שאלת חקירה שחשוב לבצע בכיתה. לאחר שהתלמידים עונים על השאלות, כדאי לערוך דיון. כפל של יותר משני גורמים הוא נושא המצביע על ההבנה העמוקה יותר של החומר. מומלץ לסכם את הכללים ולבקש מהתלמידים לתת דוגמאות נוספות.

31 יישום המסקנות של השאלה הקודמת: בכל המכפלות הגודל של הגורמים זהה. אחרי שהתלמידים מצאו בסעיף א' את הגודל של המכפלה הנתונה, הם יכולים להתרכז בסעיפים ב' ו- ג' בסימן המכפלות, כשהם לוקחים בחשבון ש– $(-1) \cdot (-1) = 1$.

יש להניח שהתלמידים יופתעו שהתשובה בסעיפים ב' ו- ג' היא חיובית, ובסעיף ד' שלילית.

לומדים (עמ' 398)

מסכם את החקירות שבמשימות 30 ו- 31.

משימות

32 בשאלה זו אין צורך בחישוב, אלא נדרש לקבל החלטה על הסימן של המכפלה.

א = **ב** = **ג** ≠ **ד** = **ה** =

33 לתלמידים מתקשים אפשר לפרט את התרגיל כמכפלה של 5 ב- (-1) כמספר פעמים שמופיע הסימן "–" ולפתור על-פי הכללים של כפל מספרים מכוונים.
א -5 **ב** +5

34 התלמידים מתבקשים לחשב את מספר הגורמים השליליים. **א** מינוס **ב** פלוס

35 שאלה מופשטת יותר, כדאי לדון בנימוקים עם התלמידים. לתלמידים מתקשים אפשר להציע להשתמש תחליה במספרים קטנים יותר כדי לגלות את החוקיות.

א -2012 **ב** -2013 **ג** -1 **ד** -1

36 כפל ב- (-1) לפני שבר כופל את המונה או משנה את סימן השבר.

37 אם מספר הגורמים השליליים במכפלה הוא מספר זוגי, המכפלה חיובית. אם מספר הגורמים השליליים במכפלה הוא מספר אי-זוגי, המכפלה שלילית.

א + **ב** – **ג** – **ד** + **ה** – **ו** 0 (לא חיובי ולא שלילי).

38 **א** -30 **ב** -100 **ג** -16 **ד** 0 **ה** -13 **ו** -10

39 ב– ג– ד.

ב.2. חזקה שהמעריך שלה טבעי ובסיסה מספר מכוון

מגלים (עמ' 399)

כאשר מעריך החזקה הוא מספר זוגי, המכפלה של המספרים השליליים הזהים תהיה חיובית. כאשר מעריך החזקה הוא אי-זוגי, המכפלה היא שלילית.

לומדים (עמ' 399)

כאשר בסיס החזקה חיובי, החזקה חיובית ללא קשר למעריך. כאשר בסיס החזקה שלילי, סימן החזקה תלוי במעריך. אם המעריך זוגי, החזקה חיובית. אם המעריך אי-זוגי, החזקה שלילית.

משימות

40 **א** -4 **ב** 4 **ג** -5 **ד** 5 **ה** 2 **ו** -2 **ז** 2 **ח** 3

41 9, -9 49 , -49 **ג** 81, -81 **ד** -512, -512 **ה** 10,000 -10,000 **ו** 81, -81.

42 **א** $1, -1$ **ב** $(-1), -1$ **ג** $1, -1$

43 **א** $=$ **ב** $>$ **ג** $=$ **ד** $=$ **ה** $>$ **ו** $=$

44 **א** $9, -9$ **ב** $16, -16$ **ג** $625, -625$ **ד** $1, -1$ **ה** $\frac{1}{8}, -\frac{1}{8}$ **ו** $-512, 512$

45 במקרה של קושי הפנו את התלמידים ל"שימו לב" שבעמוד 400. אפשר לפרט את תהליך הפיתרון כך:
רק מספרים נגדיים יכולים להיות שונים בעלי אותו גודל. יש להם סימנים שונים. 5 ו- (-5).

א 1. למספרים אותו ריבוע, לכן יש להם **אותו גודל**. 2. **הם שונים**, לכן הם מספרים נגדיים.

ב 1. חזקה שלישית של שני המספרים היא מספר נגדי, לכן יש לשני מספרים אותו גודל.
2. 3 הוא מספר אי-זוגי. אחד מהמספרים חיובי, והאחר שלילי. $5^3 = 125$ $(-5)^3 = -(125)$

ג. חילוק מספרים מכוונים

כמו בהגדרה של הפעולות האחרות, כלל החילוק במספרים מכוונים מבוסס על עקרון העקביות. (הכללים החלים על מספרים לא-שליליים מתקיימים בחילוק מספרים מכוונים.)
מגדירים חילוק מספרים מכוונים בלי לבצע את כל התהליך שבשיעורים הקודמים. הפעם הכלל אינו החלטה של מתמטיקאים, אלא תוצאה של הכללים האחרים.
התלמידים יודעים שצריך לקבוע את הסימן ואת הגודל של המנה.
בזכות הניסיון שרכשו בחקירת הפעולות האחרות, הם יכולים לשער שהעובדה שהגודל של המנה הוא המנה של הגודל של המחולק בגודל של המחלק, היא תוצאה של עקרון העקביות. הם צריכים לגלות שסימן המנה הוא תוצאה של אותו עיקרון.

מגלים (עמ' 402)

א חיזוק הנלמד בשיעורים קודמים: מיומנות הצבה.

ב הכנה לפעילויות 3 – 5 על-ידי שאלה מילולית סביבתית. המילה "חוב" משמעותה $(-)$.
יש להניח שהתשובה של תלמידים תהיה 70 ₪, ולא 70-. יש לבקש להציג את החוב כמספר שלילי.

לומדים (עמ' 402)

הצגת מספרים הופכיים בהתחלת השיעור מאפשרת לתלמידים לטפל בו-זמנית בגודל ובסימן של שני מספרים מכוונים. הצגה זו היא גם דוגמה של הוכחה פורמלית קטנה. בהמשך השיעור מנמקים שוב את הכלל של הסימן בחילוק מספרים מכוונים על-ידי חילוק כפעולה הפוכה של הכפל. חשוב מאוד להדגיש וללמוד בעל-פה, כי חילוק במספר שקול לכפל במספר ההופכי לו.
יש לציין את התכונה המיוחדת של חילוק ב- (-1): כמו מכפלת מספר ב- (-1), תוצאת חילוק של מספר ב- (-1) היא המספר הנגדי למחולק. תכונה זו היא אחת מהסיבות לטעויות של התלמידים: בדרך כלל קושרים מספר נגדי של מספר לפעולת **חיבור**, ופה מספר נגדי מקושר לכפל ולחילוק. יש להדגיש כי גם במספרים מכוונים חילוק ב- 0 הוא חסר משמעות.

משימות

משימות 46 – 50 הן יישום ישיר של השיעור. מומלץ לבצע אותן בעל-פה. מומלץ להזכיר לתלמידים שלשני מספרים נגדיים סימנים שונים, וסכומם 1; ושלשני מספרים הופכיים אותו סימן, ומכפלתם 1.

46 **א** $\frac{1}{5}$ **ב** $\frac{(-1)}{5}$ **ג** 4 **ד** -4

47 ג

48 א

49 א

50 ד

51 הזוגות הם: א–ז ב–ג ד–י ה–ט ו – יא ח – יב

52 **א** לא נכון. **ב** נכון. **ג** לא נכון. **ד** נכון.

53 **א** -5 **ב** $\frac{1}{5}$ **ג** $\frac{1}{5}$

54 **א** $-a$ שלילי. $1/a$ חיובי. **ב** $-x$ חיובי. $1/x$ חיובי.

55 הקדמה לקטע שיעור. **א** – **ב** + **ג** + **ד** –

הדגש במשימות 56 – 60 צריך להיות על סימן התוצאה ועל כפל וחילוק כפעולות הפוכות. המספרים בתרגילים אלה הם בתחום לוח הכפל.

60 חזרה על המונחים בפעולת חילוק ופיתוח הבנת הנקרא. התלמידים יכולים להשתמש בדוגמה כדי להשלים את המשפטים. **א** חלקי. **ב** מחלק. **ג** מחלק.

61 הקדמה לקטע שיעור. מומלץ לבצע את המשימה בעל-פה.
א -1 **ב** 1 **ג** -1 **ד** 1 **ה** 1 **ו** -1 **ז** -1 **ח** 1

62 שימו לב! התשובה בסעיף ב' היא "ההיגד לא נכון". יש תלמידים שיטענו שלפעולה חילוק ב- 0 אין משמעות (מה שנכון), לכן להיגד אין משמעות. מסקנתם לא נכונה. ההיגד לא נכון.
א נכון. **ב** לא נכון. **ג** לא נכון. **ד** נכון.

63 יישום החומר בצורה לא-שגרתית. התלמידים נדרשים להבין את ההוראות וליישם אותן בפירמידה.

2	-1	-1	3	2
2	-1	-1	3	
2	-1	-1		
2	-1			
2				

-1	-1	1	2	-2
1	-1	2	-4	
-1	-2	-8		
2	16			
32				

64 ההיגדים מחדדים את המושגים "מספר הנגדי ל..." ו"מספר הפוך ל...". **א** -2 **ב** $\frac{1}{2}$ **ג** $\frac{1}{2}$

תלמידים רבים אינם יודעים להשתמש בצורות הכתיבה הרבות של שבר של מספרים מכוונים.
מטרת המשימות 65 – 68 היא לעזור להתמודד עם הקושי.

65 אפשר לכתוב מספר שלילי כמכפלת הגודל ב- (-1).
כדי לכפול שבר במספר שלם (-1) כופלים את המונה במספר ו"שומרים" על המכנה. $(-1)\cdot\frac{1}{5}=\frac{-1}{5}$

66 **א – ב** הנימוקים במשימה 65. **ג** אפשר לכתוב מספר מכפלת גודל ב- (-1) כמספר שלילי.
ד שימוש בחוק ההעברה.

67 שבר הוא מספר שלילי רק אם המונה והמכנה שוני-סימן.

68 מסקנה מהמשימה 66.

לומדים (עמ' 406)

הכללת המשימות 65 – 68.

משימות

69 התלמידים יכולים לעקוב אחרי השלבים שבדוגמה ולבצע את המשימה.

70 זיהוי מספרים הופכיים. המשימה מיועדת לכיתות חלשות.

71 תרגילי יישום. נדרשת שליטה בחילוק שברים פשוטים. **א** -7 **ב** 7 **ג** $\frac{49}{3}$ **ד** $\frac{21}{3}$

72 **א** 4/5 **ב** $\frac{15}{32}$ **ג** 4 **ד** -3

פיצוחים

73 **א** $-\frac{1}{6}$ **ב** $1\frac{2}{3}$ **ג** 15 **ד** $-\frac{1}{10}$

74 **א** -4 **ב** $\frac{15}{32}$ **ג** $-\frac{1}{9}$ **ד** -2.5
ה $-1\frac{1}{2}$ **ו** $1\frac{1}{8}$ **ז** 32 **ח** $\frac{1}{4}$

ד. פתרון של תרגילי שרשרת במספרים מכוונים

עד כאן עקרון העקביות הופעל רק על חוקי הפעולות ותכונותיהן. בשיעור זה, שהוא סיכום מה שנלמד עד כה, העיקרון חל גם על סדר הפעולות.

מרחיבים את עולם המספרים הלא-שליליים. בעולם המספרים המכוונים יש תכונות וכללים חדשים שאינם קשורים למספרים הלא-שליליים. תכונות הכפל ב- (‎-1) שהתלמידים ראו בשיעור ד', והכלל: "חיסור מספר נתון שקול לחיבור המספר הנגדי של המספר הנתון" הם דוגמאות לכך. דוגמאות כאלה מאפשרות לכתוב את המספר הנגדי של סכום כסכום המספרים הנגדיים למחוברים, ובכך מסבירים מדוע אפשר "לפתוח סוגריים" כאשר לפני הסוגריים מופיע אחד מהסימנים "ועוד" או "פחות".

מגלים (עמ' 408)

1 דוגמאות של עקביות סדר הפעולות במספרים מכוונים. **א** ‎-6 **ב** ‎-13

2 יישום חוקי הפעולות וסדר הפעולות במספרים מכוונים.
בקשו מהתלמידים לנמק את תשובתם.

א לא-נכון. **ב** לא-נכון. **ג** לא-נכון. **ד** נכון. **ה** נכון. **ו** לא-נכון.

לומדים (עמ' 408)

בשיעור מדגימים סדר כתיבה של פישוט ביטויים אלגבריים. מובן שההסברים אינם נדרשים בכל תרגיל, אך מומלץ לבקש מהתלמידים לנמק את השלבים באחד מתרגילי היישום.

משימות

75 **א** ‎-28 **ב** 90 **ג** ‎-500 **ד** 90

76 **א** ‎-8 **ב** 12 **ג** 310 **ד** ‎-3

77 מומלץ לפתור את המשימה בעל-פה.

78 דרך אחת היא שימוש בחוק הפילוג. דרך אחרת היא חישוב הביטויים בסוגריים.
א 140 **ב** ‎-140 **ג** ‎-20 **ד** 960 **ה** ‎-60 **ו** 60 **ז** ‎-60 **ח** 1,040

79 כדאי לדון בכך שיונה ורן צודקים.

80 **א** 65 **ב** ‎-40 **ג** 40 **ד** 12 **ה** ‎-63

81 דוגמה של שימוש בחוק הפילוג בחשבונאות (השימוש הראשון במספרים מכוונים).
א $+8-5$ **ב** $4 \cdot (8-5) = 4 \cdot 8 - 4 \cdot 5 = 12$ **ג** חוק הפילוג.

82 **א** ‎-19 **ב** 16 **ג** 63 **ד** ‎-43 **ה** ‎-68 **ו** 47

83 **א** 62 **ב** 22 **ג** 89 **ד** ‎-80 **ה** 11 **ו** ‎-30

84 א 14.5 ב $\frac{1}{11}$ ג $2\frac{1}{9}$ ד 9 ה -7 ו 11

85 א -10 ב 4 ג 6 ד $5{,}040$ ה 21 ו 1 ז 6 ח -2

86 א 100 ב -4 ג -2 ד 10

במשימות 87 – 90 מחשבים ממוצע. הנושא נלמד בכיתה ה' במספרים חיוביים, אך מומלץ להזכיר לתלמידים את משמעותו.

87 $-1\frac{2}{5}$

88 $-2\frac{2}{5}$

89 26

90 $6\frac{2}{5}$

91 הציעו לתלמידים לכנס איברים דומים לפני הצבת ערכי המשתנים. לאחר כינוס האיברים נקבל $4 \cdot \boldsymbol{b}$ ובהצבה נקבל $4 \cdot \boldsymbol{b} = 8$.

92 א חיובי. ב שלילי. ג 0

פיצוחים

93 דוגמאות $(-2 , 3 , 12)$; $(-2 , 4 , 9)$; $(-2 , 2 , 18)$; $(-2 , 6 , 6)$; $(-3 , 3 , 8)$; $(-3 , 4 , 6)$; $(-3 , 2 , 12)$; $(2 , -6 , -6)$; $(-4 , 2 , 9)$; $(-4 , 3 , 6)$; $(-8 , 3 , 3)$; $(-9 , 2 , 4)$; $(-18 , 2 , 2)$.

אותן שלשות כאשר שלושת הגורמים הם מספרים שליליים.

דוגמאות: $(-2 , -3 , -12)$; $(-2 , -4 , -9)$; $(-2 , -2 , -18)$; $(-2 , -6 , -6)$;

ה. משוואות של כפל ושל חילוק

ה.1. משוואות מהסוג $a \cdot x = b$

מגלים (עמ' 412)

התלמידים לומדים לפתור משוואות מהסוג $a \cdot x = b$ כאשר המספר a שלם ושונה מ- 0. חוזרים על תכונות של מספרים הופכיים ועל כפל וחילוק של מספרים מכוונים.

1. כדי לפתור את התשבץ התלמידים משתמשים בחילוק כפעולה הפוכה לכפל, גם אם פותרים את המשוואות באופן אינטואיטיבי.
2. התלמידים חוזרים על התכונה שמכפלת שני מספרים הופכיים היא 1, כאשר המספרים הם שלמים, חיוביים או שליליים.

לומדים (עמ' 412)

בשלב זה התלמידים מסוגלים לפתור בעל-פה משוואות מהסוג $a \cdot x = b$. יש לחזור ולהסביר את השימוש בפעולה ההפוכה, והפעם גם במספרים שליליים. במשוואה מחלקים את 84- ב- 7, והתוצאה שלילית, כיוון שמחלקים מספר שלילי במספר חיובי. יש להיזהר ולהדגיש שאין לחלק ב- 0. דרך נוספת לפתירת המשוואות היא על-ידי שימוש בתכונות השוויון. יש לחזור על דוגמאות לפתירה בדרך זו. שתי הדרכים לפתרון חשובות מאוד, מכיוון שפתרון באמצעות פעולות הפוכות משמר את הקשר בין החוש המספרי לבין החומר הנלמד וגם ממשיך את הדרך שתלמידים מכירים מבית הספר היסודי. פתרון באמצעות השימוש בתכונות השוויון מכין את התלמידים לפתרון של משוואות מורכבות יותר שאי-אפשר לפתור בדרך חשבונית, ולכן חשוב שישתמשו בשתי הדרכים. מומלץ להרבות פתרונות בעל-פה. בסיום הפתרון של משוואות יש להדגיש את שלב הבדיקה כשלב הכרחי וכחלק בלתי-נפרד מהפתרון, כדי שהתלמידים יתרגלו לשלב הזה ולא ישכחו אותו גם במשוואות מורכבות יותר.

משימות

94 א $y = \frac{1}{9}$ ב $y = -\frac{1}{9}$ ג $y = \frac{1}{9}$ ד $y = -\frac{1}{9}$

ה $x = 4\frac{1}{2}$ ו $x = -3\frac{8}{9}$ ז $x = \frac{1}{8}$ ח $x = -7\frac{1}{2}$

95 א $x = 6$ ב $x = 7$ ג $x = -5$ ד $x = \frac{2}{5}$

ה $x = -\frac{2}{5}$ ו $z = -\frac{2}{3}$ ז $x = \frac{1}{100}$ ח $x = -\frac{1}{10}$

ט $x = -6$ י $x = -5$ יא $x = 5$ יב $x = -9$

96 א $y = -2$ ב $x = \frac{3}{5}$ ג $y = 12$ ד $t = -2\frac{1}{2}$ ה $x = -\frac{2}{5}$

97 ג, ד, ו, ז – הפתרון חיובי; א, ב, ה, ח – הפתרון שלילי.

א
$2 \cdot x - x = 18$
$x = 18$

ב
$10 \cdot x - x = 9$
$9 \cdot x = 9$
$\frac{9 \cdot x}{9} = \frac{9}{9}$
$x = 1$

ג
$2 \cdot x + x = 18$
$3 \cdot x = 18$
$\frac{3 \cdot x}{3} = \frac{18}{3}$
$x = 6$

ד
$6 \cdot y + 3 \cdot y = 45$
$9 \cdot y = 45$
$\frac{9 \cdot y}{9} = \frac{45}{9}$
$y = 5$

ה
$4 \cdot x - x = 3$
$3 \cdot x = 3$
$\frac{3 \cdot x}{3} = \frac{3}{3}$
$x = 1$

ו
$4 \cdot x + x = 5$
$5 \cdot x = 5$
$\frac{5 \cdot x}{5} = \frac{5}{5}$
$x = 1$

ז
$5 \cdot x - 2 \cdot x = 6$
$3 \cdot x = 6$
$\frac{3 \cdot x}{3} = \frac{6}{3}$
$x = 2$

ח
$7 \cdot x - 3 \cdot x = 8$
$4 \cdot x = 8$
$\frac{4 \cdot x}{4} = \frac{8}{4}$
$x = 2$

99

א
$x - 4 \cdot x = 18$
$-3 \cdot x = 18$
$\frac{-3 \cdot x}{-3} = \frac{18}{-3}$
$x = -6$

ב
$-10 \cdot x + x = 9$
$-9 \cdot x = 9$
$\frac{-9 \cdot x}{-9} = \frac{9}{-9}$
$x = -1$

ג
$-7 \cdot x + 3 \cdot x = 8$
$-4 \cdot x = 8$
$\frac{-4 \cdot x}{-4} = \frac{8}{4}$
$x = -2$

ד
$-5 \cdot x - 1 \cdot x = -6$
$-6 \cdot x = -6$
$\frac{-6 \cdot x}{-6} = \frac{-6}{-6}$
$x = 1$

100

א
$2 \cdot x + x = 20$
$3 \cdot x = 20$
$\frac{3 \cdot x}{3} = \frac{20}{3}$
$x = 6\frac{2}{3}$

ב
$10 \cdot x - x = 0.9$
$9 \cdot x = 0.9$
$\frac{9 \cdot x}{9} = \frac{0.9}{9}$
$x = 0.1$

ג
$5 \cdot x - 3 \cdot x = 0.6$
$2 \cdot x = 0.6$
$\frac{2 \cdot x}{2} = \frac{0.6}{2}$
$x = 0.3$

ד
$10 \cdot x - 20 \cdot x = 1$
$-10 \cdot x = 1$
$\frac{-10 \cdot x}{-10} = \frac{1}{-10}$
$x = -\frac{1}{10}$

ה
$3 \cdot x - 5 \cdot x = 0.4$
$-2 \cdot x = 0.4$
$\frac{-2 \cdot x}{-2} = \frac{0.4}{-2}$
$x = -0.2$

ו
$4 \cdot x - x = -\frac{3}{4}$
$3 \cdot x = -\frac{3}{4}$
$\frac{3 \cdot x}{3} = \frac{\frac{-3}{4}}{3}$
$x = -\frac{1}{4}$

101

א $x = -8 \leftarrow -9 \cdot x = -72$

ב $x = -5 \leftarrow 6 \cdot x = -30$

ג $x = -\frac{2}{3} \leftarrow 3 \cdot x = -2$

ד $x = \frac{1}{5} \leftarrow 3 \cdot x = \frac{3}{5}$

102 אם נסמן ב- x את הגיל של שרית, $10 \cdot x = 40$, לכן $x = 4$. שרית בת 4.

פיצוחים

103 התלמידים מתבקשים להבין את המשמעות של ייצוג ביטויים נגדיים על ציר המספרים.

104 אורך הצלע השנייה הוא ארבעה מטרים.

105 א $y = -18$ ב $y = -24$ ג $y = -30$ ד $y = -60$
ה $y = -18$ ו $y = 24$ ז $y = 30$ ח $y = 60$

106 א $y = -1\frac{1}{2}$ ב $y = 2$ ג $y = -2\frac{1}{2}$ ד $y = 2\frac{1}{2}$

107 א $x = -12$ ב $x = -30$ ג $x = -27$ ד $x = -8$
ה $x = 12$ ו $x = -50$ ז $x = 16$ ח $x = 28$

108 א $x = -27$ ב $x = -28$ ג $x = -5$ ד $x = -4$
ה $y = -27$ ו $y = 8$ ז $y = -21$ ח $y = -20$

109 הקדמה לקטע שיעור הבא.
א $24 : 3 = 8$. 8 תלמידים לומדים ערבית.
ב אפשר לומר ש- $x : 3$ או $\frac{x}{3}$ תלמידים לומדים ערבית.

לומדים (עמ' 415)

פתרון משוואות מהסוג $a \cdot x = b$, כאשר המקדם הוא שבר. השימוש במושג "מקדם של משתנה" מעלה שגיאות רבות, בין היתר, משום שהשם "מקדם" מרמז על מיקום של מקדם שהוא "לפני" הנעלם, בזמן שבפועל מקדם יכול להיות גם מימין לנעלם וגם משמאלו ואפילו מתחתיו (כאשר מדובר בשבר), זאת בתנאי שהפעולה בינו לבין הנעלם תהיה כפל. למעשה, המקדם הוא המספר בו מוכפל המשתנה שבביטוי האלגברי. המקדם בביטוי $\frac{x}{7}$ הוא $\frac{1}{7}$. בביטוי $\frac{2y}{5}$ המקדם הוא $\frac{2}{5}$ וכד'. תלמידים לומדים לפתור משוואות אלה בשתי דרכים – באמצעות פעולות הפוכות ובאמצעות שימוש בתכונות השוויון.

משימות

110 $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{5}$, 6, -3, 1.7.

111 א $\frac{1}{9} \cdot y$ ב $\frac{4}{7} \cdot y$ ג $\frac{7}{4} \cdot y$ ד $\frac{3}{4} \cdot y$
ה $\frac{5}{4} \cdot y$ ו $\frac{3}{4 \cdot t}$ ז $\frac{7}{8} : t$ ח $\frac{5}{8} \cdot t$

113 א 8 ב 4 ג $2\frac{2}{3}$ ד 2 ה $1\frac{3}{5}$ ו 56 ז 14 ח 7 ט $9\frac{1}{3}$ י $11\frac{1}{5}$

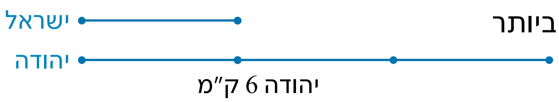
במשימות 114 – 118 התלמידים מתבקשים לתרגם מלל למשוואות.

114 $\frac{1}{6} \cdot x = 12$ $x = 72$

115 א 50 ב $6\frac{2}{3}$ ג $-6\frac{2}{3}$ ד $-\frac{1}{20}$

116 א $\frac{3}{2}$ ב $-\frac{5}{3}$ ג 5 ד 2.5

117 2 ק"מ. ייצוג על-ידי קטעים מאפשר לתלמידים החלשים ביותר לפתור בעיות מסוג זה גם בלי לכתוב משוואה.



118 גם כאן הסכמה מאפשרת לפתור את השאלה בלי משוואה. $\frac{3}{4}$ מ'.

פיצוחים

119 הסכמה של השאלה הקודמת מראה את הפתרון. $\frac{3}{4}$ טונה.

לומדים (עמ' 417)

התלמידים למדו לחלק מספר בשבר. כאן מקבלים משמעות לפעולה על-ידי מספרים הופכיים.

משימות

120 א 16 ב 4 ג 15 ד 16 ה 48 ו 40 ז 45 ח 24

121

360	:	$\frac{3}{5}$	=	600
:		:		:
60	:	**3**	=	**20**
=		=		=
6	:	$\mathbf{\frac{1}{5}}$	=	30

122 המשמעות של $\frac{2}{5} \cdot 3.5$ היא 1.4 בקבוקים.

123 המשמעות של כפל וחילוק כפעולות הפוכות על-ידי שברים יסודיים.

א $\frac{1}{8}$ ב 8 ג $\frac{1}{8}$ ד 8 ה $\frac{1}{a}$ ו a ז $\frac{1}{a}$ ח a

124 פרעה: 36 ק"ג ; האיכר: 144 ק"ג.

125 א 27 מטבעות ; $\frac{1}{3} \cdot x = 9$ ב 63 שקלים.

ה.2 משוואות מהסוג $a \cdot x + b = c$

מגלים (עמ' 418)

תלמידים יכולים לפתור את המשימה הראשונה על-ידי הצבה או על-ידי פתירת המשוואה בעזרת הרחבת השיטות הידועות להם. במשימה השנייה מובהרת המשמעות האינטואיטיבית של פעולות הפוכות. כדי לפתור אותה התלמידים צריכים להיעזר בפעולות הפוכות.

2 התלמידים כותבים את המספרים החסרים במסלולים. עליהם להתחיל מהסוף ולמצוא בעזרת הפעולה ההפוכה את המספר הקודם. התלמידים עובדים לפי שיטת המבוך, לפני שלמדו את השיטה.
המספרים החסרים: 36, 22, **11**. 36, 18, **4**.
בסיום הביצוע של פעילויות הגילוי יש לבקש מהתלמידים לבצע בדיקה (באמצעות פעולות ישרות) כדי לוודא שהתוצאות שקיבלו הן נכונות.

לומדים (עמ' 418)

כאן תלמידים לומדים לפתור משוואות מהסוג $a \cdot x + b = c$. במשוואה שיש בה שתי פעולות באגף אחד, ותוצאת פעולות אלו היא המספר המופיע באגף השני (דוגמה: $4 \cdot x + 12 = 52$).
גם כאן משתמשים בפעולות ההפוכות או בתכונות השוויון. כמו בסוגיות הקודמות, גם כאן יש לבקש מתלמידים לבדוק את התשובה שקיבלו כחלק אינטגרלי מתהליך פתרון המשוואה.

משימות

מומלץ לפתור את משימות 126 – 127 בעל-פה.

126 זיהוי מקדם הנעלם והאיבר החופשי.

	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט	י	יא	יב
מקדם	3	1	2	-4	-2	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	-1	-4	-8	0.5
איבר חופשי	4	2	5	6	-4	4	-5	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{8}{5}$	$\frac{7}{2}$	9

127 5

128 א 4 ב 0 ג 6 ד 3 ה 3 ו 3 ז 0 ח 0

129 א 24 ב 12 ג 8 ד 6 ה -4 ו -3 ז -2 ח -1

130 א 4 ב -2 ג 5 ד 4 ה 10 ו -10
ז 5 ח 4 ט -4 י 4 יא -10 יב 40

131 א 0 ב 8 ג -14 ד -2/3 ה 1 ו -11 ז 1 ח 1/2

132 א 7 ב 3 ג -3 ד 4 ה 12 ו 2 ז 6 ח -1

133 א $-\frac{1}{2}$ ב $-\frac{3}{2}$ ג $-\frac{10}{3}$ ד $-\frac{19}{3}$ ה 0.4

לומדים (עמ' 420)

המשך השיעור הקודם, כאשר מוסיפים גם טיפול במשוואות שיש בהן סוגריים.
התלמידים לומדים שבמשוואות שיש בהן סוגריים, "פותחים" תחילה את הסוגריים. אם יש צורך, מכנסים איברים דומים. לאחר פתיחת הסוגריים וכינוס האיברים הדומים יש לבדוק כמה פעולות נותרו באגף שלא מופיע בו איבר

חופשי. אם יש באגף זה ביטוי אלגברי עם שתי פעולות, מזהים את האיבר החופשי ואת המקדם של הנעלם. מבודדים את הנעלם ואת המקדם על-ידי חיבור או חיסור של האיבר החופשי בשני האגפים . לבסוף מבודדים את הנעלם על-ידי כפל או חילוק.

רצוי לעבור עם התלמידים על הדוגמאות המופיעות בשיעור זה ולפתור אתם דוגמאות נוספות כמו במשימה.

משימות

135 א -34 ב -26 ג 17 ד -5 ה 13 ו 5 ז 2 ח 14 ט 10 י 4

136 א -29 ב 6 ג 5 ד 3 ה -3 ו -13

137 א $3 \cdot x + 4$ ב $3 \cdot x + 4 = 22$. $x = 6$. אורך המלבן 6 ס״מ.

138 א מים. ב גזר. ג בצל. ד דלעת. ה מלח ופלפל.

139 התאמת משוואה למלל. שאלות א׳, ב׳, ד׳.

140 התאמה משוואה למלל. שאלות ב׳, ג׳, ד׳.

משימות 141 – 142. משוואות וגאומטריה. על התלמידים לכתוב את ההיקף כסכום של הביטויים.

141 $AB = 17$, $BC = 19$, $CA = 19$. המשולש שווה-שוקיים.

142 $AB = 14$, $BC = 14$, $CA = 23$.

משימות 143 – 144 הן משימות פתוחות. דוגמאות:

143 $4 \cdot x + 9 = 5$

144 $4 \cdot x + 9 = 13$

מיומנויות עמ׳ 423

סימן מינוס לפני סוגריים.

מוכנים להמשיך? עמ׳ 424

1. א 2. ג 3. א 4. ב 5. א 6. ב 7. ב 8. א–ד 9. ב 10. ב

תרגילים נוספים עמ' 425

145 א -56 ב 24 ג -90 ד 32 ה -44 ו -10
ז -42 ח 0 ט -100 י -48 יא -2 יב -27

146 א $20 - 9 \cdot 6 = 74$
ב $3 \cdot (-5 + 8) = 9$
ג $[(-9) - (+5)] \cdot [12 + (-2)] = (-140)$

147 ג

148 התלמידים יכולים לחשב את הביטויים או לבדוק את האי-שקילות על-ידי תכונות הפעולות. ב' ו– ו'.

149 לשיעורי בית.

$a \cdot (b \cdot c)$	$(a \cdot b) \cdot c$	$a \cdot b$	$a + b$	$a - b$	c	b	a
-120	-120	-40	6	14	3	-4	10
-1.5	-1.5	-15	3.5	-8.5	0.1	6	-2.5
$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

151 משימה פתוחה. חזרה על פירוק מספר לגורמים.

153 לכיתות חלשות. חזרה על תכונות ה- 0 וה- 1.

154 הכללה של משימה 148.

156 א $4 \cdot (-12 + 5) = -28$
ב $-3 \cdot (8 - 5) = -9$
ג $\frac{1}{10} \cdot (-12 + 7) = -\frac{1}{2}$
ד $7 \cdot (x + y)$
ה $-3 \cdot (x + y)$

157 הצבת מספרים בביטויים שיש בהם כמה משתנים.

א -5 ב 24 ג 9 ד -14 ה 14 ו -10 ז -18

158 תלמידים צריכים להשתמש בתוצאות שבטור השמאלי ולבדוק את סימן החזקות.

משימות 159 – 161: חזקות של מספרים מכוונים.

משימות 163 – 165: לוח הכפל של מספרים מכוונים.

165 חילוק בשבר. **א** 8 **ב** -15 **ג** 10 **ד** -12

166 יש אפשרויות רבות. דוגמאות:
חילוק מספר במספר הנגדי לו: $3 : (-3)$; $2 : (-2)$; $1 : (-1)$.
כפל מספר במספר הנגדי להופכי שלו: ; $-3 \cdot \frac{1}{3}$; $-2 \cdot \frac{1}{2}$; $1 \cdot (-1)$.

167
א $2 \cdot \boldsymbol{a} - 23 \cdot \boldsymbol{b}$ -48
ב $13 - \boldsymbol{b}$ 11
ג $2 - 20 \cdot \boldsymbol{a} + 18 \cdot \boldsymbol{b}$ 58
ד $12 - 9 \cdot \boldsymbol{a} - 5 \cdot \boldsymbol{b}$ 11
ה $4 - 6 \cdot \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$ 16

168 יש לשים לב לסדר פעולות החשבון בתוך הסוגריים ומחוץ להם.
א 15 **ב** -3.3 **ג** 0 **ד** 14

172 **א** המשוואות שקולות. המשוואה השנייה התקבלה מהמשוואה הראשונה על-ידי חילוק ב- 2.
לכן הפתרון זהה.
ב המשוואות שקולות. המשוואה השנייה היא כפל ב- 6 של המשוואה הראשונה.
$\boldsymbol{x} = -12$ הוא פתרון המשוואה השנייה.

173 הסבירו לתלמידים שסוג התרגילים שבמשימה מאפשר לדעת מראש (לפני חישובים) מהו סימן הנעלם, וזו דרך בדיקה. **א** + **ב** – **ג** – **ד** +

174 שאלה פתוחה. ודאו ש"סיפורי" התלמידים מתאימים לתיאור הפעולה.

175 פיתוח הבנת הנקרא.

176 **א** 5 **ב** 20 **ג** 8 **ד** -6 **ה** 0 **ו** 30 **ז** 60 **ח** 18

177 **א** 0 **ב** -5 **ג** -10 **ד** -15 **ה** -20 **ו** -25
ז -30 **ח** -35 **ט** -40 **י** -45 **יא** -50

178 **א** 0.2 **ב** 0.08 **ג** -4.8 **ד** 11

179
א $\boldsymbol{x} : 6 = 78$ $\boldsymbol{x} = 468$ גובה הג'ירפה 4.68 מ'.
ב $\boldsymbol{x} : 2 = 10$ $\boldsymbol{x} = 20$ לשוש יש 20 ₪.
ג $1{,}560 : 3 = \boldsymbol{x}$ $\boldsymbol{x} = 520$ הפינגווין יכול לצלול לעומק של 5.20 מ'.
ד $\boldsymbol{x} : 3 = 15$ $\boldsymbol{x} = 45$ מחיר הספר 45 ₪.
ה $\boldsymbol{x} : 3 = 2$ $\boldsymbol{x} = 6$ אורך תנין בוגר 6 מ'.

181 המשתנה $\boldsymbol{x}$ מייצג את מחיר האגרטל. המשוואה המתאימה היא $\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x} - 12 + \boldsymbol{x} + 25 = 364$,
$3 \cdot \boldsymbol{x} + 13 = 364$. מחיר המפה 105 ₪, מחיר האגרטל 117 ₪. מחיר מערכת הכלים 142 ₪.

ממשיכים בתרגול עמ' 431

185

-18	1	12
	-6	189
3	36	**-2**

186 דוגמאות: $-1 \cdot 4 = -4$ $\frac{1}{2} \cdot (-8) = -4$ $\frac{1}{8} \cdot (-2) = -\frac{1}{4}$ $-\frac{1}{12} \cdot 3 = -\frac{1}{4}$

187

-1	-1	**1**	**1**
-1	**1**	1	-1
-1	**-1**	**-1**	-1
-1	1	**-1**	**1**

189 א למספרים a ו- b יש אותו סימן. שניהם חיוביים או שניהם שליליים.

ב ל- a ול- b סימנים שונים. האחד חיובי והאחר שלילי.

ג אחד המספרים 0.

190 חזרה על הנלמד בפרק בעזרת הכללה. כדי לוודא שהתלמידים מבינים את הכללים, כדאי לבקש מהם להדגים כל שוויון במספרים מתאימים. אפשר לעשות זאת בעל-פה.

א -1   ב 2   ג 2   ד 4   ה 2   ו 4   ז 4   ח 2

192 א לא-נכון.   ב נכון.   ג לא-נכון.   ד נכון.   ה נכון.   ו לא-נכון.   ז נכון.

194 ד 6. הערכים של x הם כפולות של 3 בלוח הכפל.

העמקה עמ' 436

1 אפשר למלא את הטבלה בדרך של ניסוי וטעייה ללא שיקולים נוספים. אפשר להפעיל שיקולי דעת נוספים כמו אלה שלהלן.

א מתבוננים בגודל של המכפלה. אם הוא מספר זוגי, אחד מהגורמים צריך להיות זוגי. כדי שהמכפלה של שלושת המספרים תהיה מספר אי-זוגי, כל המספרים צריכים להיות אי-זוגיים.

ב בודקים מהו סימן המכפלה. אם המכפלה היא מספר שלילי, גורם אחד או כל שלושת הגורמים הם מספרים שליליים.

ג במשבצת האמצעית של הטבלה צריך להיות המספר 0.

שיטת המבוך

בחלק זה התלמידים לומדים לפתור משוואות מהסוג $a \cdot x + b = c$ בשיטת המבוך. במשוואה שיש בה שתי פעולות באגף אחד, ותוצאת פעולות אלו הוא המספר המופיע באגף השני (לדוגמה: $4 \cdot x + 12 = 52$), נעבוד בשיטת המבוך: נחסר תחילה את האיבר החופשי שהוא 12 (פעולה הפוכה לפעולה 12+), ואחר-כך נחלק את ההפרש במקדם של x שהוא 4 (פעולה הפוכה לפעולה 4•).

בסוגיה זו משתמשים אך ורק בפעולות ההפוכות, ולא בתכונות השוויון. היתרון של השיטה הוא שהיא מאפשרת פתרון משוואות באופן שיטתי, והיא קרובה לאינטואיציה ומתבססת על החוש המספרי ועל שיטות שתלמידים למדו בבית הספר היסודי. החיסרון של השיטה הוא שהיא אינה מתאימה כאשר הנעלם מופיע בשני האגפים (פרק 12). גם בסוגיה זו, כמו בסוגיות הקודמות, יש לבקש מתלמידים לבדוק את התשובה שקיבלו כחלק אינטגרלי מתהליך פתרון המשוואה.

6 **א** 1 **ב** 12- **ג** 4- **ד** 17 **ה** 3 **ו** 7- **ז** 1 **ח** 4 : רנה דקארט.